BIOFÍSICA

Unidad 2. Clase 6
Mecánica Clásica

Curso de Ingreso a FCM-UNSE
2017

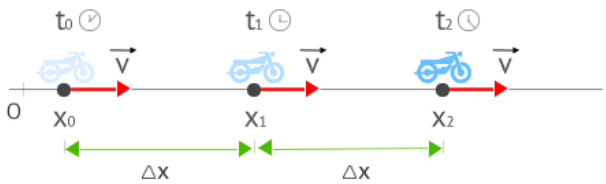
Cinemática

La Cinemática es la parte de la Física que se ocupa del movimiento de los objetos a través del espacio y el tiempo, sin tener en cuenta las causas que lo producen.

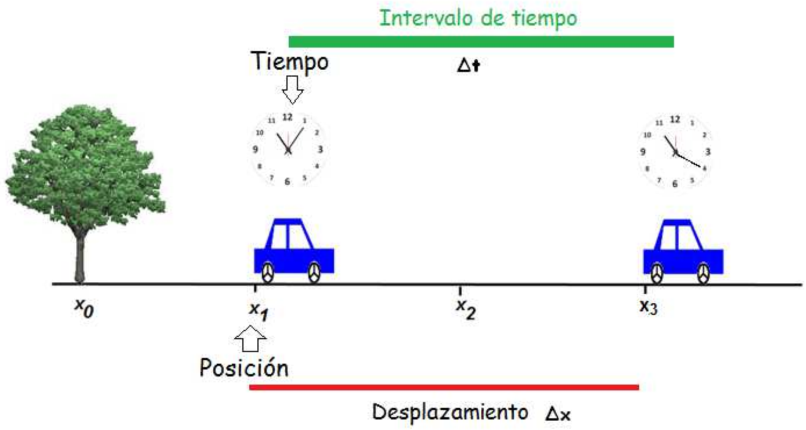
Veremos dos movimientos:

•Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

•Movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV)



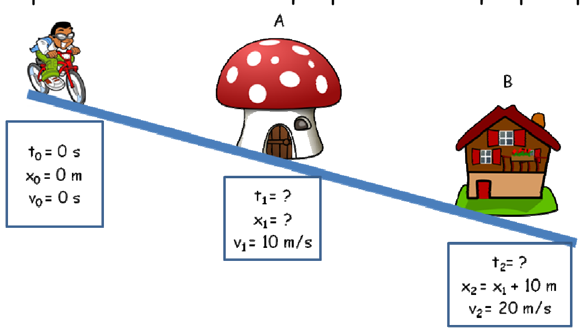
Definiciones



Esquema

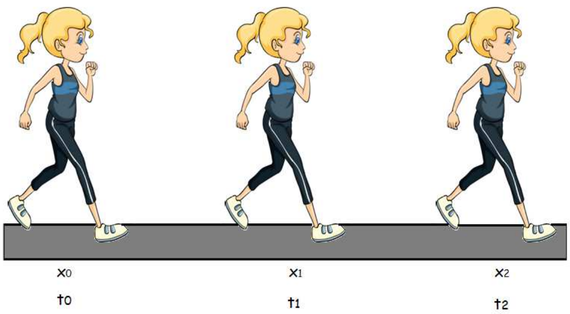
En todo problema de cinemática se debe hacer un esquema que permita recordar toda la información aportada, y las incógnitas a resolver.

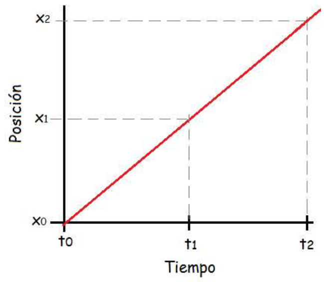
Ejemplo: Un niño viaja en bicicleta, partiendo del reposo por una rampa inclinada con aceleración constante. Pasa por la casa A con velocidad 10 m/s y por la casa B con velocidad 20 m/s, ambas distanciadas 10 metros entre sí. Calcular la aceleración que experimenta, la distancia del punto de partida a la casa A, y el tiempo transcurrido desde que partió hasta que pasó por la casa B.



Movimiento Rectilíneo Uniforme, MRU

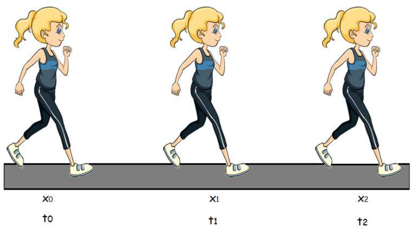
El MRU es el movimiento más sencillo. La trayectoria, como lo indica su nombre, es una línea recta y la velocidad es constante (aceleración igual a 0).

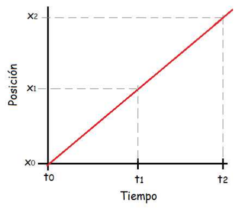




Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

$$y = m \times x + b$$

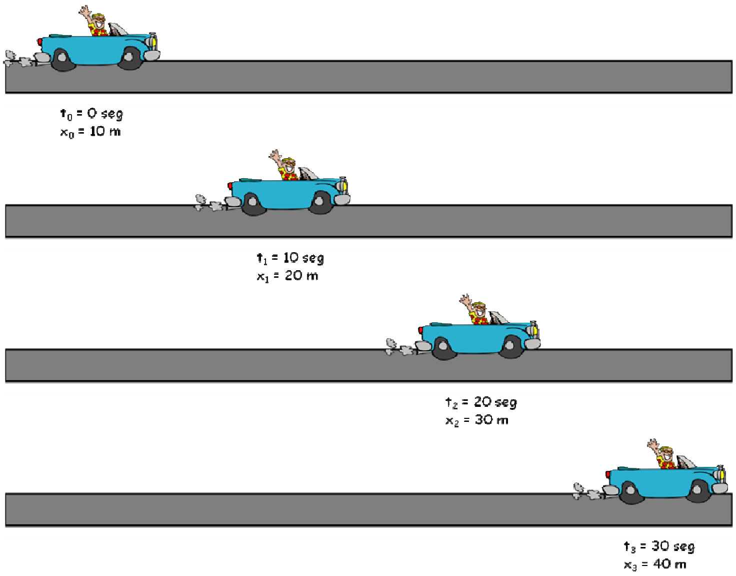




La variable independiente "x", en este caso es el tiempo (t), la variable dependiente "y" es la posición (que usualmente en cinemática aparece como "x_i"… a no confundirse…):

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta(posición)}{\Delta(tiempo)} = velocidad\ media$$

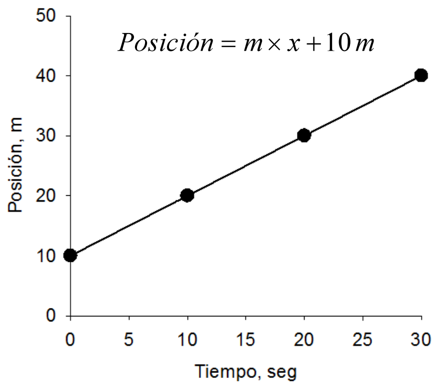
Ecuaciones Horarias del MRU



Ecuaciones Horarias del MRU

Construyamos una tabla para realizar el gráfico :

Tiempo (seg)	Posición (m)
0	10
10	20
20	30
30	40



Vamos a calcular "m" que, recordemos, es la velocidad media. Tomamos un Δx, por ejemplo entre 15 seg y 25 seg

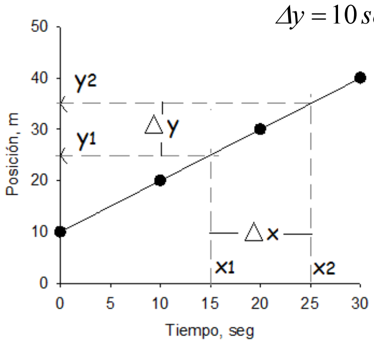
$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25\,seg - 15\,seg$$
$$\Delta x = 10\,seg$$

Ecuaciones Horarias del MRU

$$y = m \times x + b$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25\,seg - 15\,seg \qquad \Delta y = y_2 - y_1 = 35\,m - 25\,m$$

$$\Delta y = 10\,seg \qquad \Delta y = 10\,m$$



$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10\,m}{10\,seg} = 1\frac{m}{seg}$$

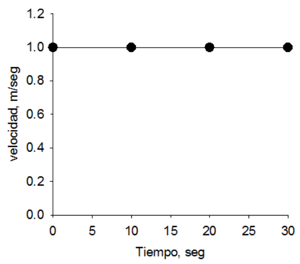
Es decir que la pendiente, la velocidad, es 1 m/seg. Observen que cuando se calcula la pendiente, esta tiene como unidades el cociente entre las unidades de "y", y de "x".

De forma general, para la cinemática la función lineal es:

$$\boxed{Posición = v \times (t - t_0) + Posición_0}$$

Ecuaciones Horarias del MRU

El gráfico de la velocidad en función del tiempo:

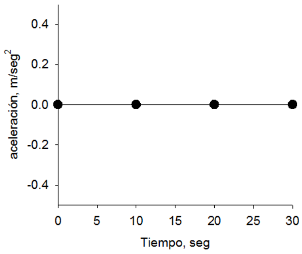


La velocidad es la derivada de la ecuación horaria de posición:

$$v = (Posición)' = \frac{dPosición}{dt}$$

$$d(Posición) = (v \times (t - t_0) + Posición_0)'\,dt$$

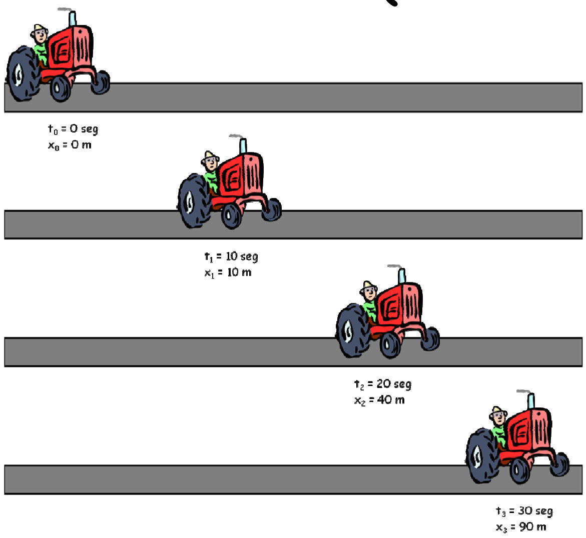
Como el móvil no acelera (dado que el movimiento dijimos que era rectilíneo y uniforme, la aceleración es 0).



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

Es un movimiento muy similar al MRU, pero en este caso el móvil acelera, es decir que la velocidad no es constante. Veamos el caso con un ejemplo. Tenemos un granjero que va a arar una parcela con su tractor.

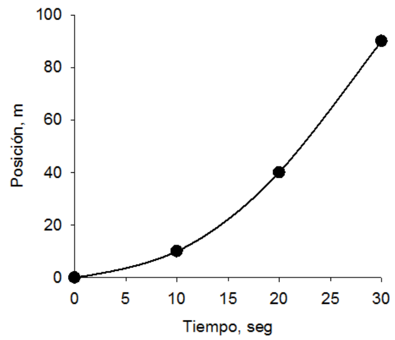
Tomamos datos sobre tiempos transcurridos y distancias recorridas (posiciones respecto de un punto de referencia). Ahora construimos la tabla, y graficamos...



Ecuaciones Horarias del MRUV

Ecuación de POSICIÓN

Tiempo (seg)	Posición (m)
0	0
10	10
20	40
30	90



Notemos que la función que describe este movimiento es una parábola. La ecuación horaria que describe la posición en un MRUV es:

CORREGIR EN APUNTE !!!

$$\boxed{Posición(t) = \frac{1}{2} \times a \times (t - t_0)^2 + velocidad_0\,(t - t_0) + Posición_0}$$

Donde a, es la aceleración

Ecuaciones Horarias MRUV

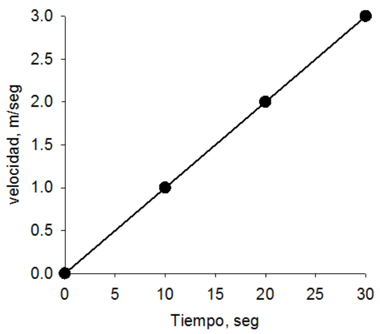
Ecuación de VELOCIDAD

CORREGIR EN APUNTE !!!

$$(Posición(t))'dt = \left(\frac{1}{2}\times a\times(t-t_0)^2 + v_0\times(t-t_0)+Posición_0\right)'dt$$

$$\boxed{v = v_0 + a(t-t_0)}$$

Tiempo (seg)	velocidad (m/seg)
0	0
10	1
20	2
30	3



Ecuaciones Horarias MRUV

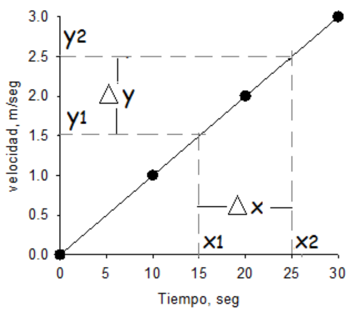
Ecuación de ACELERACIÓN

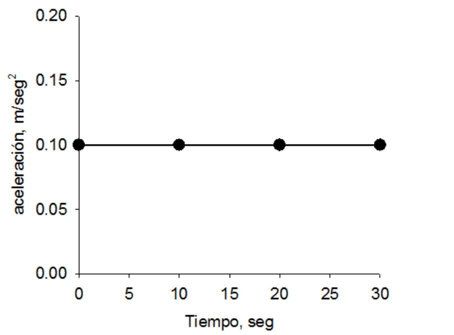
$$(v)' = (v_0 + a\times(t-t_0))dt$$

$$\boxed{(v)' = a = constante}$$

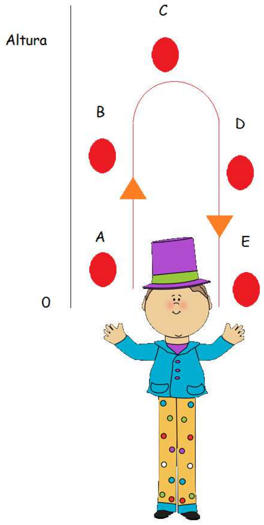
A partir del gráfico podemos determinarla como:

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(2,5-1,5)\,m/seg}{(25-15)\,seg} = 0,1\,\frac{m}{seg^2}$$





Caída Libre y Tiro Vertical



Miremos este ejemplo. Supongamos que un malabarista tira una pelota en tiro vertical. La altura de la pelota a t_0 la consideraremos 0 m, la velocidad a la cual tira inicialmente la pelota es 30 m/s, y aproximaremos la aceleración de la gravedad como g = -10 m/s².

Ecuaciones de POSICIÓN y VELOCIDAD

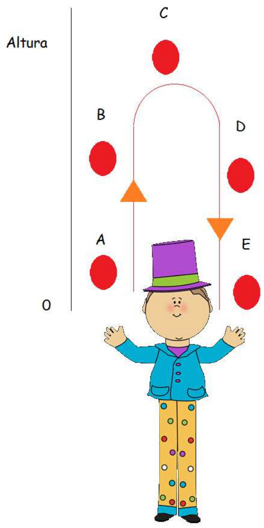
$$Altura = \frac{1}{2} \times g \times (t - t_0)^2 + v_0 \times (t - t_0) + Altura_0$$

$$v = g \times (t - t_0) + v_0$$

$$Altura = -5\frac{m}{seg^2} \times (t - t_0)^2 + 30\frac{m}{seg} \times (t - t_0)$$

$$v = -10\frac{m}{seg^2} \times (t - t_0) + 30\frac{m}{seg}$$

Caída Libre y Tiro Vertical

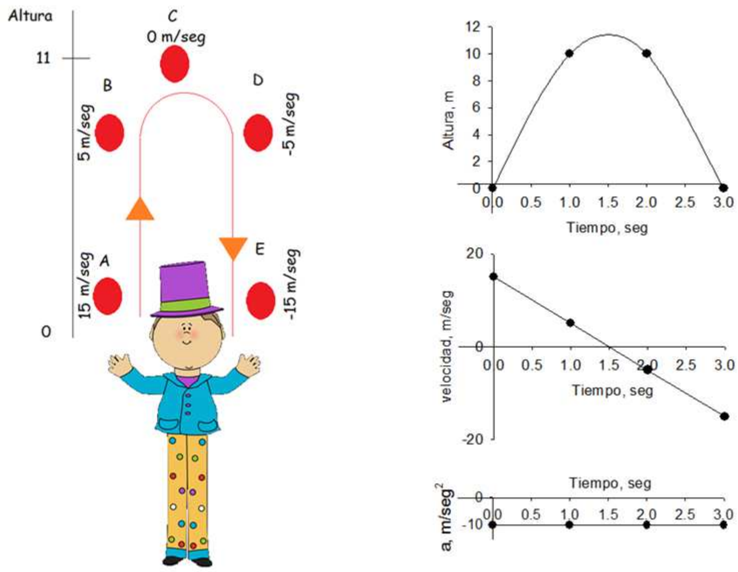


Tiempo, seg	Altura, m	v, m/s
0	0	30
1	25	20
2	40	10
3	45	0
4	40	-10
5	25	-20
6	0	-30

$$Altura = -5\frac{m}{seg^2} \times (t - t_0)^2 + 15\frac{m}{seg} \times (t - t_0)$$

$$v = -10\frac{m}{seg^2} \times (t - t_0) + 15\frac{m}{seg}$$

Caída Libre y Tiro Vertical



BIOFÍSICA

Clase 7. Dinámica

Curso de Ingreso a FCM-UNSE 2017

Concepto de Fuerza

Intuitivamente, todos sabemos qué es una fuerza. Sin embargo, no es necesariamente un concepto fácil de definir.

Podríamos definir a una **fuerza** como **una magnitud vectorial** que, actuando sobre un cuerpo, tiene la capacidad de producir su movimiento o sacarlo de su estado de reposo. Se define como

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

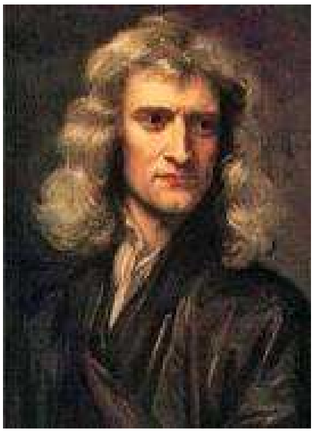
Donde $\vec{p}$ es el momento del cuerpo, y se define como

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Siendo m la masa del cuerpo, y $\vec{v}$, su velocidad

Para los fines del presente curso, usamos la definición intuitiva del concepto fuerza.

Isaac Newton



Antes de cumplir los 30 años, formuló los conceptos básicos de las leyes de la mecánica, descubrió la ley de la gravitación universal, e inventó el método del cálculo matemático. A partir de sus teorías, Newton pudo explicar los movimientos de los planetas y de las mareas, y características especiales de los movimientos de la Luna y de la Tierra. También interpretó muchas observaciones fundamentales acerca de la naturaleza de la luz. Sus contribuciones dominaron el pensamiento científico durante más de dos siglos y siguen siendo importantes aun hoy.

Isaac Newton, Físico y matemático inglés (1642-1727), y uno de los científicos más brillantes de la historia.

Physics, Serway & Jewett, pág. 114.

Leyes de Newton

Las Leyes de Newton, atribuidas al físico británico Isaac Newton (1643-1727) fueron, contribuciones de varios autores, aunque fue Newton quien las utilizó en su conjunto elaborando la Teoría Mecánica conocida hoy como Mecánica Clásica.

Primera Ley de la Dinámica

Ley de la Inercia o Principio de Galileo

La primera Ley de Newton establece que si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, entonces el cuerpo permanecerá en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme.

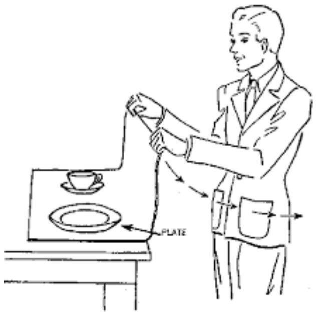
$$\boxed{\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0}$$

Primera Ley de la Dinámica

La Primera Ley de Newton o Ley de la Inercia

Un objeto continúa haciendo lo que esté haciendo, a menos que una fuerza se ejerza sobre él. Si está en reposo, continúa en reposo, y si está en movimiento permanecerá en MRU, hasta que una fuerza modifique su curso.

La Ley de la Inercia queda demostrada cuando un mantel es hábilmente removido de una mesa mientras que los platos y toda la vajilla permanecen en su estado inicial de reposo.



Segunda Ley de la Dinámica

Ley de la masa o Principio de Newton

La sumatoria de todas las fuerzas ejercidas sobre un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por su aceleración.

$$\boxed{\sum \vec{F} = m \times \vec{a}}$$

Segunda Ley de la Dinámica

La **masa** es la propiedad de un objeto que es independiente del entorno y del método utilizado para medirla, y especifica cuánta resistencia exhibe a los cambios en su velocidad. Su unidad es el kilogramo. A mayor masa de un objeto, menor aceleración bajo la acción de una fuerza aplicada.

$$\sum \vec{F} = m \times \vec{a}$$

Conceptos útiles

La tendencia de un objeto a resistir cualquier intento de cambio de su velocidad, es conocida como **inercia**.

Visto desde un marco de referencia inercial, la aceleración de un objeto será **directamente proporcional a la fuerza** neta (resultante) que actúa sobre él, y será **inversamente proporcional a su masa**.

La relación entre la **masa**, la **aceleración** y la **fuerza**, se establece con la **Segunda Ley de Newton**.

$$\sum \vec{F} = m \times \vec{a}$$

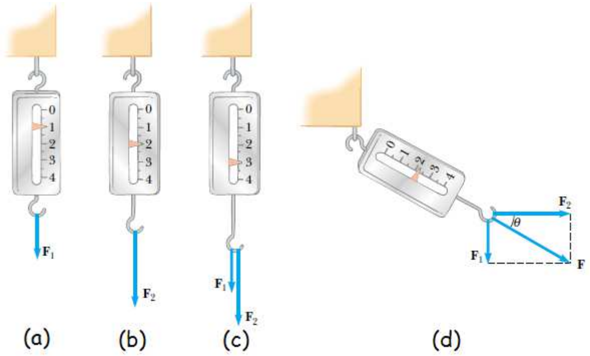
Tercera Ley de la Dinámica

Principio de Acción y Reacción

Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el otro aplica una fuerza sobre el primero de igual módulo, igual dirección pero sentido opuesto a la que el primero ejerce sobre él. Esto quiere decir que siempre dos cuerpos se atraen, se repelen, se empujan, o cualquier otra variante, pero que siempre pasa algo entre los dos.

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

La Fuerza es un Vector

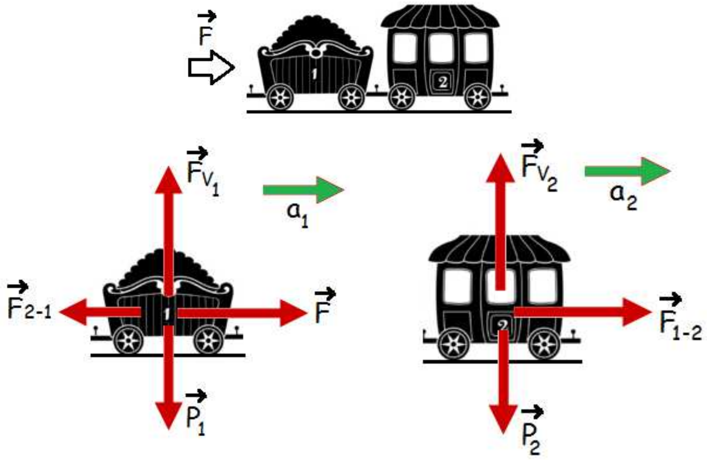


La naturaleza vectorial de una fuerza se prueba con una balanza de resorte. (A) Un fuerza descendiente F1 alarga el resorte 1,00 cm. (B) Una fuerza descendiente mayor, F2, alarga el resorte 2,00 cm. (C) Cuando F1 y F2 se aplican simultáneamente, el resorte se alarga 3,00 cm. (D) Cuando F1 va hacia abajo y F2 es horizontal, la combinación de los dos fuerzas alarga el resorte de la siguiente manera, $\sqrt{(1{,}00\,cm)^2 + (2{,}00\,cm)^2} = 2{,}24\,cm$

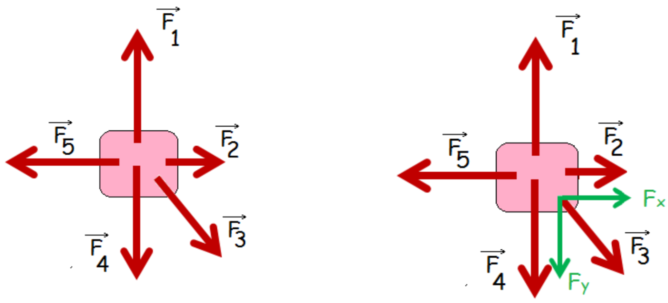
Physics, Serway & Jewett, pág. 114.

Diagramas de Cuerpo Libre

Un diagrama de cuerpo libre (DCL) consiste en un dibujo en el que a **cada uno** de los cuerpos de los que queramos establecer su dinámica por separado se le indicarán con vectores todas las fuerzas que obran sobre el mismo.



Diagramas de Cuerpo Libre



$$\sum \vec{F}_x = m \times \vec{a}_x = \vec{F}_2 + \vec{F}_{3x} - \vec{F}_5$$

$$\sum \vec{F}_y = m \times \vec{a}_y = \vec{F}_1 - \left(\vec{F}_4 + \vec{F}_{3y}\right)$$

Unidades de Fuerza

La unidad de fuerza queda definida por las unidades de masa y de aceleración

$$\left[\vec{F}\right]=\left[m\right]\times\left[\vec{a}\right]$$

De forma que en el Sistema Internacional (SI) tendremos:

$$\left[\vec{F}\right]=kg\times\frac{m}{seg^2}$$

A este producto se lo denomina el Newton (N),

$$N=kg\times\frac{m}{seg^2}$$

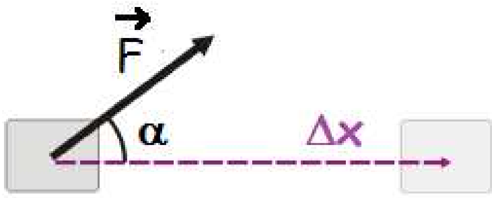
BIOFÍSICA

Clase 8. Trabajo y Energía

Curso de Ingreso a FCM-UNSE
2017

Trabajo

Una definición que tiene un sentido intuitivo y otro físico, es la de trabajo. Se llama **trabajo** al producto de la fuerza aplicada sobre un cuerpo y el desplazamiento del mismo en la dirección de la fuerza.



Consideremos sostener una silla pesada a la distancia del brazo extendido. Después de un rato, los brazos quedan cansados, lo que puede llevar a pensar que se ha hecho trabajo, pero la definición física establece que no.

Trabajo

Cuando la aplicación de la fuerza es constante, el trabajo de una fuerza W_F es:

$$\boxed{W_F = F \times \Delta x \times \cos\alpha}$$

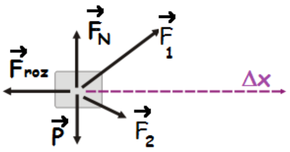
El trabajo es una magnitud escalar. Las unidades surgen del producto de las unidades en las que se miden las fuerzas. En el SI:

$$W_F = N \times m = J$$

Al producto del Newton (N) por metro (m), se lo conoce como Joule (J), que es una medida universal de trabajo y de energía (el trabajo es una transferencia de energía).

Cálculo de Trabajo

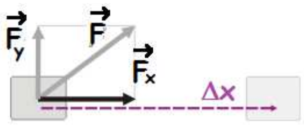
Supongamos que tenemos un cuerpo sobre el que actúan varias fuerzas simultáneamente, que se desplaza una cierta longitud Δx.



$$\boxed{W_F = F_x \times \Delta x}$$

Recordemos que esto es válido únicamente para fuerzas constantes:

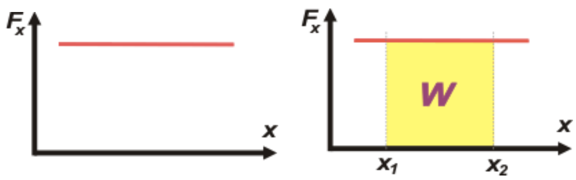
$$W_{Res} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3} + \ldots W_{Fn}$$



Cálculo de Trabajo

Cuando la fuerza no es constante, o sea que cambia en cada posición, se puede obtener el trabajo realizado, mediante el cálculo de la integral. Veamos el ejemplo más sencillo, cuando la fuerza es constante.

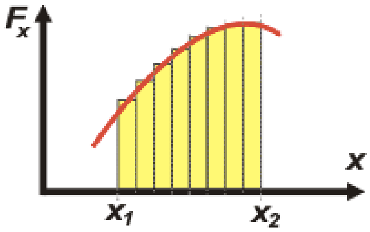
Si tomamos dos posiciones cualesquiera x_1 y x_2, podemos calcular el "área bajo la curva" como el área de un rectángulo (base por altura).

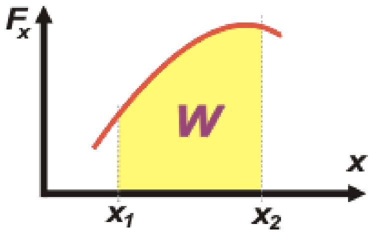


$$W_F = F_x \times (x_2 - x_1) = F_x \times \Delta x$$

Cálculo de Trabajo

Si la fuerza no es constante, el trabajo se puede calcular como la integral de la fuerza en el sentido del desplazamiento (x).



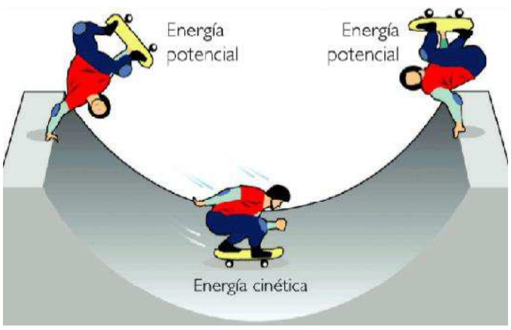


$$\boxed{W_F = \int F\, dx \cos\alpha}$$

Energía Mecánica

En Física, **la energía mecánica** está definida por la suma de dos formas de diferentes energía: la **energía cinética** (E_C) y la **energía potencial** (E_P):

$$\boxed{E_M = E_C + E_P}$$



Energía Cinética

La **energía cinética**, es la energía asociada fundamentalmente al movimiento, y se define como:

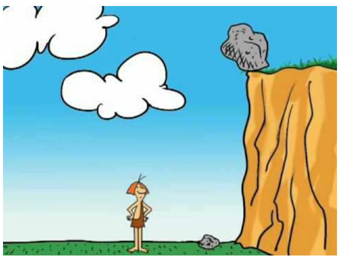
$$\boxed{E_C = \frac{1}{2} \times m \times v^2}$$

Energía Potencial

La **energía potencial** es la energía asociada a la posición de un cuerpo y se puede definir como:

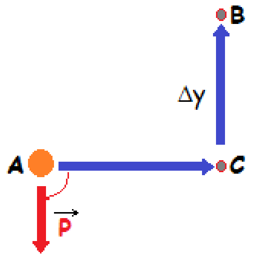
$$\boxed{E_P = m \times g \times h}$$

Existen tres tipos de energía potencial: potencial gravitatoria, potencial elástica y potencial eléctrica.



Fuerzas Conservativas y No Conservativas

Trabajo de la fuerza peso



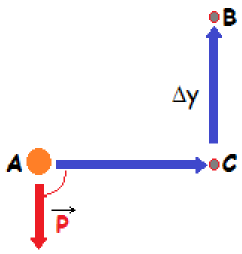
Decimos que una **fuerza es conservativa** cuando el **trabajo** que realiza sobre un cuerpo **depende sólo de los puntos inicial y final** y no del camino recorrido para llegar de uno a otro.

Las fuerzas no conservativas son aquellas en las que el trabajo realizado por las mismas es distinto de cero a lo largo de un camino cerrado. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas depende del camino tomado.

$$ {}^{1}W_{P} = W_{A-C} + W_{C-B} $$

$$ \boxed{W_{F} = F \times \Delta x \times \cos\alpha} $$

Trabajo de la Fuerza Peso



El trabajo de la fuerza peso desde A hasta C es nulo, porque el peso es vertical y el desplazamiento es horizontal, de modo que durante el trayecto desde A hasta C, la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo de 90°, anulando el trabajo. Recuerden que por su definición,

$$ W_{F} = F \times \Delta x \times \cos\alpha $$

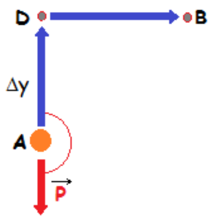
Si α = 90°, el cos α = 0, y por lo tanto $W_F = 0$

Si a la diferencia de alturas entre C y B la llamamos Δy, nos queda que:

$$ {}^{1}W_{P} = 0 + P \times \Delta y \times \cos(180°) \qquad \boxed{{}^{1}W_{P} = -m \times g \times \Delta y} $$

Dado que el cos (180°) es igual a -1 y que el peso "P" es igual al producto de la masa por la aceleración de la gravedad.

Trabajo de la Fuerza Peso



Evaluemos lo mismo pero por otro camino (^2W_P) de trayectorias rectas, esta vez pasando por el punto D que se halla en la misma vertical que A y al mismo nivel que B:

$$^{2}W_P = W_{A-D} + W_{D-B}$$

El razonamiento es idéntico al del camino anterior, sólo que ahora es el segundo tramo (DB) en el que el trabajo vale cero.

$$^{2}W_P = P \times \Delta y \times \cos(180°) + 0$$

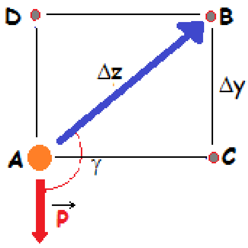
Donde Δy es la misma diferencia de alturas que en el camino anterior, ya que AD está a la misma distancia que CB.

Entonces $$\boxed{^{2}W_P = -m \times g \times \Delta y}$$

El mismo resultado que por el camino 1.

Trabajo de la Fuerza Peso

Probemos ahora por el camino más corto y directo entre A y B, o sea por la recta que los une. A este camino lo llamaremos 3, y al segmento A-B, Δz.



$$^{3}W_P = P \times \Delta z \times \cos(\gamma)$$

El ángulo γ es igual a la suma de α + 90°, donde α es el ángulo B-A-C. Una relación trigonométrica importante en este punto es:

$$cos(\alpha - 90°) = -sin(\alpha) \qquad ^{3}W_P = -P \times \Delta z \times \sin(\alpha)$$

$$\Delta z \times sin(\alpha) = \Delta y \qquad \boxed{^{3}W_P = -m \times g \times \Delta y}$$

Llegamos al mismo resultado que en los caminos anteriores.

Trabajo de Fuerzas No Conservativas

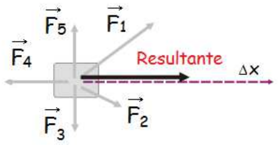
El teorema principal de las fuerzas no conservativas dice que el trabajo de la resultante es igual a la variación de energía cinética:

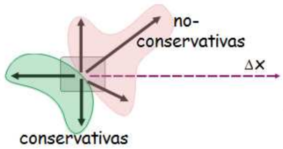
$$\boxed{W_{res} = \Delta E_C}$$

Asumamos que la fuerza resultante está integrada por varias fuerzas, donde el trabajo de la resultante será igual a la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas que integran la resultante:

$$W_{res} = \Delta E_C = W_{F1} + W_{F2} + \cdots + W_{Fn}$$

Trabajo de Fuerzas No Conservativas





Supongamos que algunas de esas fuerzas son conservativas y otras no-conservativas. Separemos las fuerzas en estos dos grupos. El trabajo de la resultante será la suma del trabajo de las fuerzas no-conservativas más el trabajo de las fuerzas conservativas.

$$\boxed{\Delta E_C = W_{no-conservativas} + W_{conservativas}}$$

$$W_P = -m \times g \times \Delta y = \Delta E_P$$

Como el trabajo de las fuerzas conservativas siempre resulta igual a menos la variación de una energía potencial (como vimos), tenemos que

$$\boxed{\Delta E_C = W_{no-conservativas} - \Delta E_P}$$

Trabajo de Fuerzas No Conservativas

Volviendo al concepto de energía mecánica como la suma de las energías potencial y cinética, se puede calcular la variación de la misma calculando el trabajo de las fuerzas no conservativas:

$$\boxed{W_{no-conservativas} = \Delta E_C + \Delta E_P}$$

$$\boxed{W_{no-conservativas} = \Delta E_M}$$

Si las fuerzas fueran conservativas, no existiría una variación en la energía mecánica del sistema.

Fuerzas de rozamiento

Un ejemplo de fuerzas no conservativas es la fuerza de rozamiento que es una fuerza de fricción que existe entre dos superficies en contacto y se opone al movimiento relativo entre dos superficies (fuerza de fricción dinámica) o a la fuerza que se opone al inicio del deslizamiento (fuerza de fricción estática).

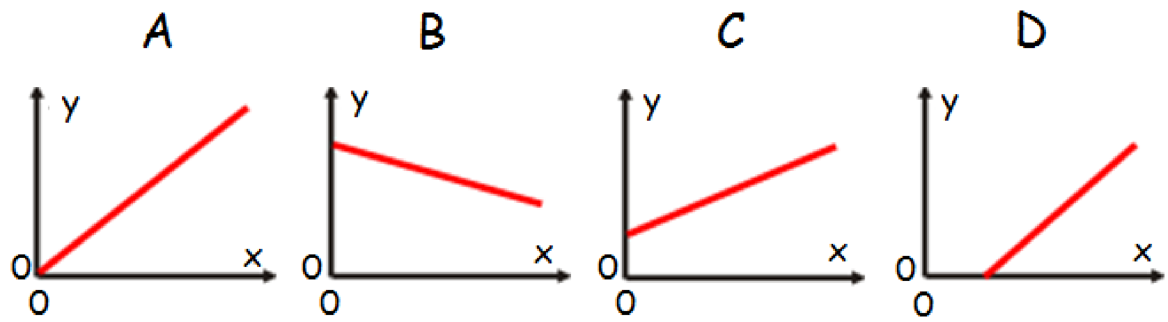
$$\boxed{F_R = \mu \times N}$$

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos no depende del tamaño de la superficie de contacto, sino de la naturaleza de los materiales que la componen. Su magnitud es proporcional a la normal entre los dos cuerpos, ***N***, siendo μ, el coeficiente de rozamiento que depende de la superficie sobre la cual se desplace un cuerpo. El trabajo realizado por estas fuerzas (negativo por oponerse al movimiento) disminuye la energía mecánica, que se transforma en energía térmica entre otras no recuperables. Aunque la energía mecánica no se conserve, sí lo hace la energía total del sistema, ya que la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma.

Guía de Ejercicios. Unidad 2: Mecánica Clásica

Ejercicios introductorios

1. Dados los siguientes gráficos



Conteste si las afirmaciones son correctas. En todos los casos indique por qué:

a. La pendiente del gráfico A es mayor que la pendiente del gráfico C

Asumiendo que las longitudes de los ejes indican valores idénticos en y, el gráfico A tendrá mayor pendiente, dado que para idénticas variaciones en x, la variación en y de A es mayor que la de C. La afirmación es CORRECTA

b. La pendiente del gráfico C tiene un valor menor a cero

La afirmación es INCORRECTA. La pendiente del gráfico C es positiva, y por lo tanto mayor que cero

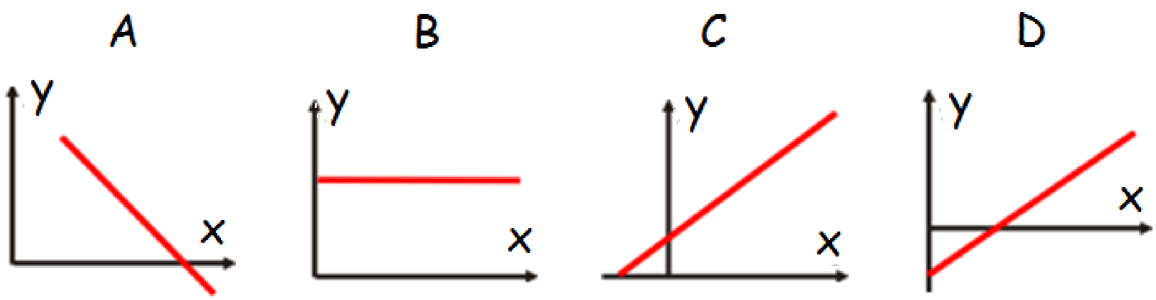
c. La ordenada al origen del gráfico C es un número mayor que la ordenada al origen del gráfico A

La afirmación es CORRECTA. La ordenada al origen (valor que toma y cuando x = 0) de A está en el cruce de coordenadas (0, 0), mientras que en el gráfico C, la ordenada al origen es un valor mayor a cero.

d. La ordenada al origen del gráfico D es un valor positivo

La afirmación es INCORRECTA. La ordenada al origen de D no se visualiza, se debe extrapolar la recta hasta el cruce con el eje y. Al hacerlo, la ordenada al origen es menor que cero.

2. Dados los siguientes gráficos, donde los ejes x e y se intersectan en sus respectivos ceros:



Siendo y = posición de un móvil, y la variable x = el tiempo

a. Indique qué tipo de movimiento representan los gráficos

A, C y D representan MRU. El caso A se puede interpretar como un retroceso (de una posición más alejada, hacia la posición 0). El gráfico B indica un móvil detenido a lo largo del tiempo (la posición es idéntica para todos los tiempos).

b. Escriba las ecuaciones horarias de posición de cada caso

Para A, B, C y D es válida la ecuación general:

$$Posición = m \times tiempo + b$$

Para B, sin embargo, m tiene un valor igual 0

c. Indique cuál de los móviles está quieto

B

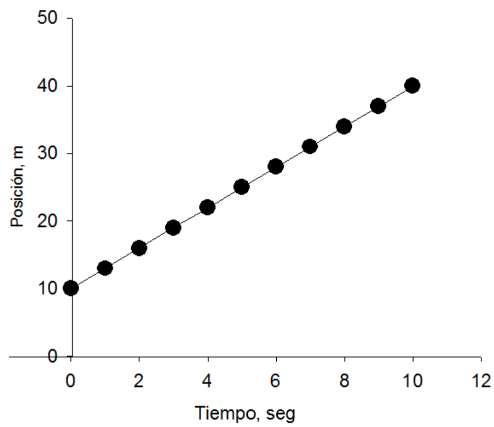
d. Indique en qué casos el(los) móvil(es) avanza(n) y qué caso(s) retrocede(n)

Avanzan C y D
Retrocede A

3. Considere un automóvil que se desplaza en MRU, siguiendo la ecuación

$$Posición = 3\frac{m}{seg} \times t + 10\, m$$

a. Grafique la posición en función del tiempo



b. Indique cuál es la velocidad a la cual se mueve el automóvil

La velocidad es la derivada de la posición, es decir la pendiente de la recta. En este caso, la velocidad es de 3 m/seg.

c. Indique desde qué posición parte.

Parte desde los 10 m

d. En qué posición se encontrará el móvil cuando $t_1 = 5$ s y $t_2 = 7$ s.

Cuando t = 5 seg, el móvil se encontrará en:

$$Posición = 3\frac{m}{seg} \times 5\ seg + 10\ m = 25m$$

Y cuando t = 7 seg,

$$Posición = 3\frac{m}{seg} \times 7\ seg + 10\ m = 31m$$

e. En qué instante el móvil pasará por los 40 m

Podemos interpolarlo del gráfico, o despejarlo desde la ecuación. Ambas son correctas.

$$40\ m = 3\frac{m}{seg} \times tiempo + 10\ m$$

$$\frac{40\ m - 10\ m}{3\frac{m}{seg}} = tiempo = 10\ seg$$

4. Un coche recorre 160 kilómetros cada 4 horas a velocidad constante.
   a. ¿Cuál es su velocidad en metros por segundo?

$$\frac{160\,km}{4\,h}=\frac{160\left(1.000\,m\right)}{4\left(3.600\,seg\right)}=\frac{160.000\ \ m}{14.400\,seg}=\frac{1{,}60\times10^{5}\ \ m}{1{,}44\times10^{4}\,seg}=11{,}1\frac{m}{seg}$$

   b. Determine cuánto se ha desplazado en 50 segundos, en 25 minutos, y en un día.

$$\begin{array}{l}1\,seg----11{,}1\,m\\ 50\,seg---\ x=555\,m\end{array}$$

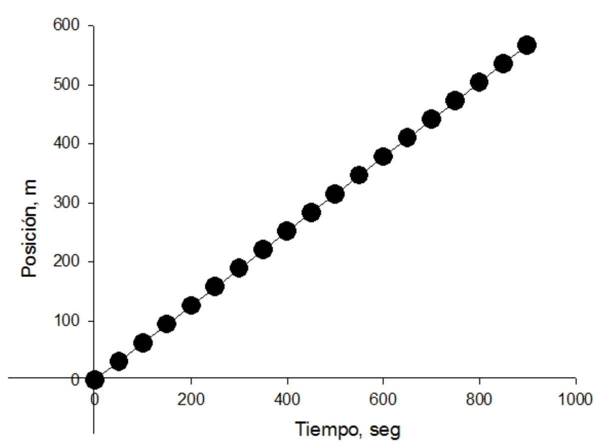
25 min = 60 seg/min x 25 min =1.500 seg

$$\begin{array}{l}1\,seg------11{,}1\,m\\ 1.500\,seg----\ x=16.650\,m\end{array}$$

$$\begin{array}{l}4\,hs------160\,km\\ 24\,hs----\ x=960\,km\end{array}$$

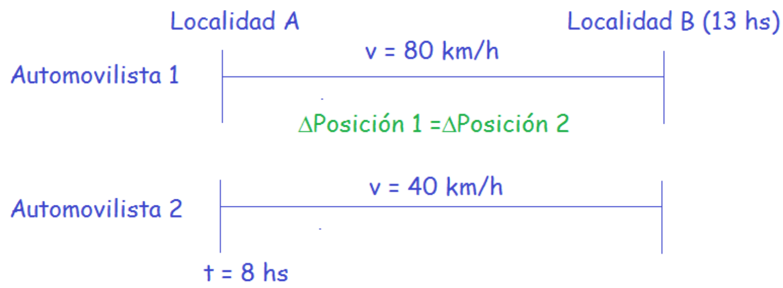
   c. Grafique la posición en función del tiempo durante los primeros 15 minutos.

15 min x 60 seg/min = 900 seg



5. ¿A qué hora debe pasar un automovilista por la localidad A, a una velocidad constante de 80 km/h, si desea alcanzar a las 13 horas a otro automovilista que pasó por el mismo lugar a las 8 horas y que mantiene una velocidad constante de 40 km/h?

Esquemáticamente, esta es la situación que plantea el problema;



$$\Delta Posición_2 = v \times \Delta t$$

$$\Delta Posición_2 = 40\frac{km}{h} \times (13\,h - 8\,h)$$

$$\Delta Posición_2 = 40\frac{km}{h} \times 5\,h = 200\,km$$

Esta es la misma distancia (ΔPosición) que debe recorrer el automovilista 1:

$$\Delta Posición_1 = v \times \Delta t$$

$$200\,km = 80\frac{km}{h} \times (13\,h - t_1)$$

$$\frac{200\,km}{80\frac{km}{h}} = 13\,h - t_1$$

$$2{,}5\,h - 13\,h = -t_1$$

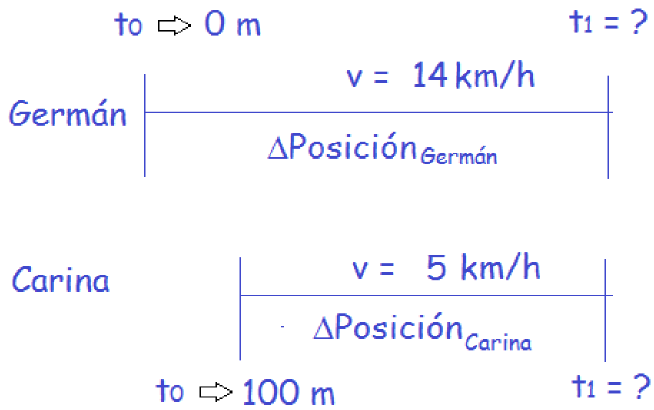
$$t_1 = 13\,h - 2{,}5\,h$$

$$t_1 = 10{,}5\,h$$

El automovilista 1 deberá pasar por la localidad A a las 10:30 hs

6. Germán va en su bicicleta, con velocidad constante de 14 km/h, en una calle rectilínea siguiendo a Carina, que va corriendo en el mismo sentido, a 5 km/h, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban distanciados 100 m, hallar cuánto tiempo después la alcanzará, y qué distancia avanzó cada uno. Graficar la posición-tiempo en función del tiempo de Germán y de Carina.

Esquemáticamente:



Cuando se encuentren, se cumple que:

$$Posición_{Germán} = Posición_{Carina}$$

$$14\frac{km}{h}\times(t_1-0)=5\frac{km}{h}\times(t_1-0)+0{,}100\,km$$

$$14\frac{km}{h}\times t_1 = 5\frac{km}{h}\times t_1 + 0{,}100\,km$$

$$14\frac{km}{h}\times t_1 - 5\frac{km}{h}\times t_1 = 0{,}100\,km$$

$$\left(14\frac{km}{h}-5\frac{km}{h}\right)\times t_1 = 0{,}100\,km$$

$$9\frac{km}{h}\times t_1 = 0{,}100\,km$$

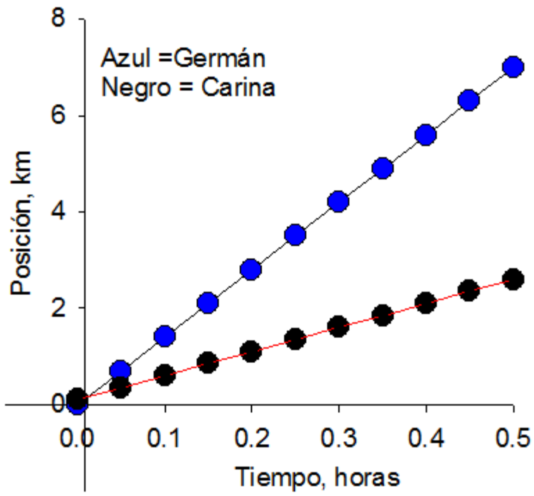
$$t_1 = \frac{0{,}100\,km}{9\frac{km}{h}} = 0{,}011\,h$$

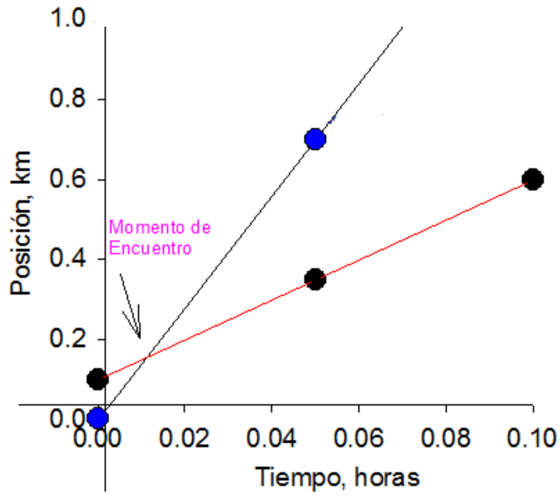
$$0{,}011\,h\times 3600\frac{seg}{h} = 40\,seg$$

Se encuentran a los 40 seg. A ese tiempo, Germán habrá avanzado:

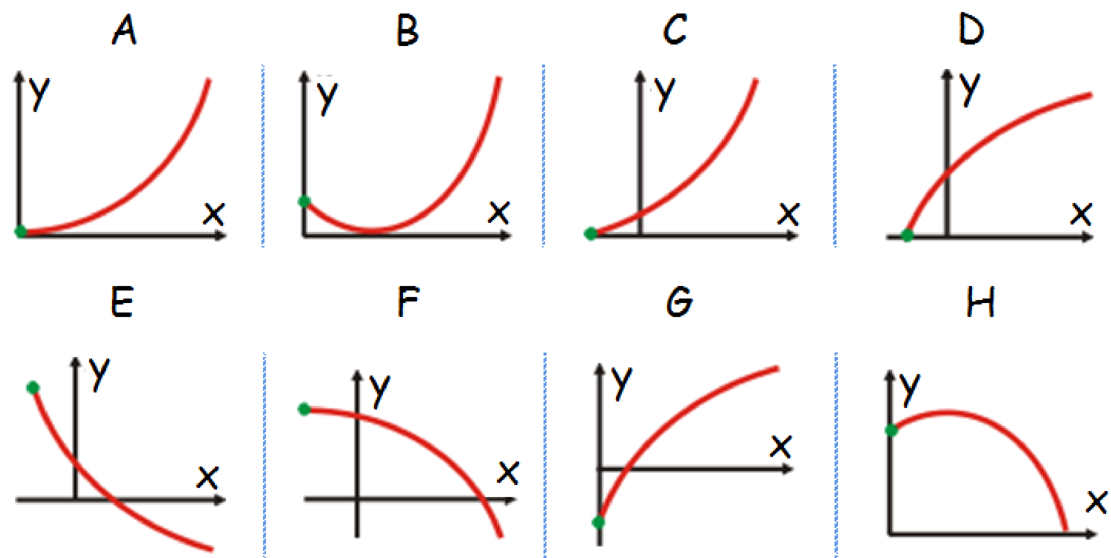
$$Posición_{Germán} = 14\frac{km}{h}\times(0{,}011\,h-0)=0{,}15\,km$$

$$Posición_{Carina} = 5\frac{km}{h}\times(0{,}011\,h-0)=0{,}055\,km$$





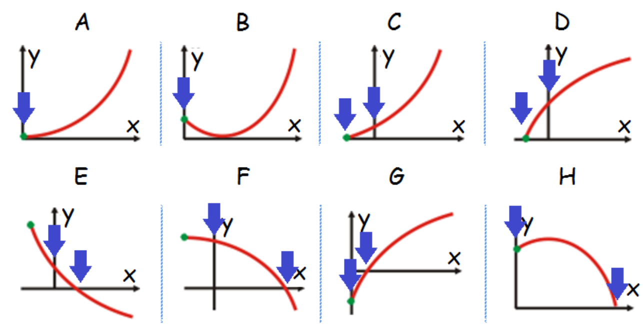
7. Dados los siguientes gráficos donde los ejes x e y intersectan en sus respectivos ceros:



a. Indique qué tipo de movimiento podrían representar los gráficos

Podrían representar MRUV

b. Indique los puntos de intersección con los ejes

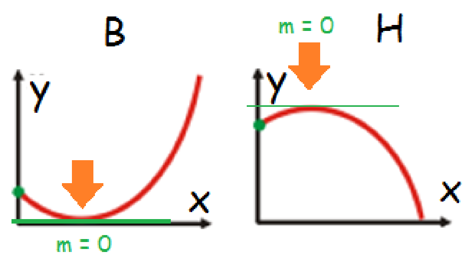


c. Indique qué gráficos tienen concavidad positiva y cuáles una concavidad negativa

Concavidad positiva: A, B, C, E
Concavidad negativa: D, F, G, H

d. Indique en qué punto la velocidad del móvil es cero

Todos los gráficos deberían tener un punto donde la velocidad es igual a cero



8. Dada la ecuación de MRUV:

$$Posición = 2\frac{m}{seg^2} \times t^2 + 10\, m$$

Indique en qué posición se encontrará el móvil en los instantes t_1 = 5 s, t_2 = 7 s, t_3 = - 10 s, y averiguar en qué instante pasará por la posición x_4 = 32 m.

t_1 = 5 s

$$Posición = 2\frac{m}{seg^2} \times (5\, seg)^2 + 10\, m = 50\, m + 10\, m = 60\, m$$

t_2 = 7 s

$$Posición = 2\frac{m}{seg^2} \times (7\, seg)^2 + 10\, m = 98\, m + 10\, m = 108\, m$$

t_3 = - 10 s

$$Posición = 2\frac{m}{seg^2}\times(-10\,seg)^2 + 10\,m = 200\,m + 10\,m = 210\,m$$

x_4 = 32 m

$$32\,m = 2\frac{m}{seg^2}\times(t_4)^2 + 10\,m$$
$$32\,m - 10\,m = 2\frac{m}{seg^2}\times(t_4)^2$$
$$\sqrt{\frac{22\,m}{2\frac{m}{seg^2}}} = \sqrt{11 seg^2} = t_4 = 3{,}31\,seg$$

9. Este ejercicio le ayudará a comprender las ecuaciones horarias y los gráficos del movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). Un auto se desplaza en línea recta. A t = 0, pasa por un punto ubicado a 12 m del origen del sistema de referencia elegido, alejándose con velocidad 10 m/s. En ese instante acelera, con aceleración constante 2 m/s², que mantiene durante 5 segundos. Escriba la ecuación horaria para la posición, la velocidad y la aceleración. Grafique las mismas en función del tiempo.

Ecuaciones horarias (de posición y velocidad)

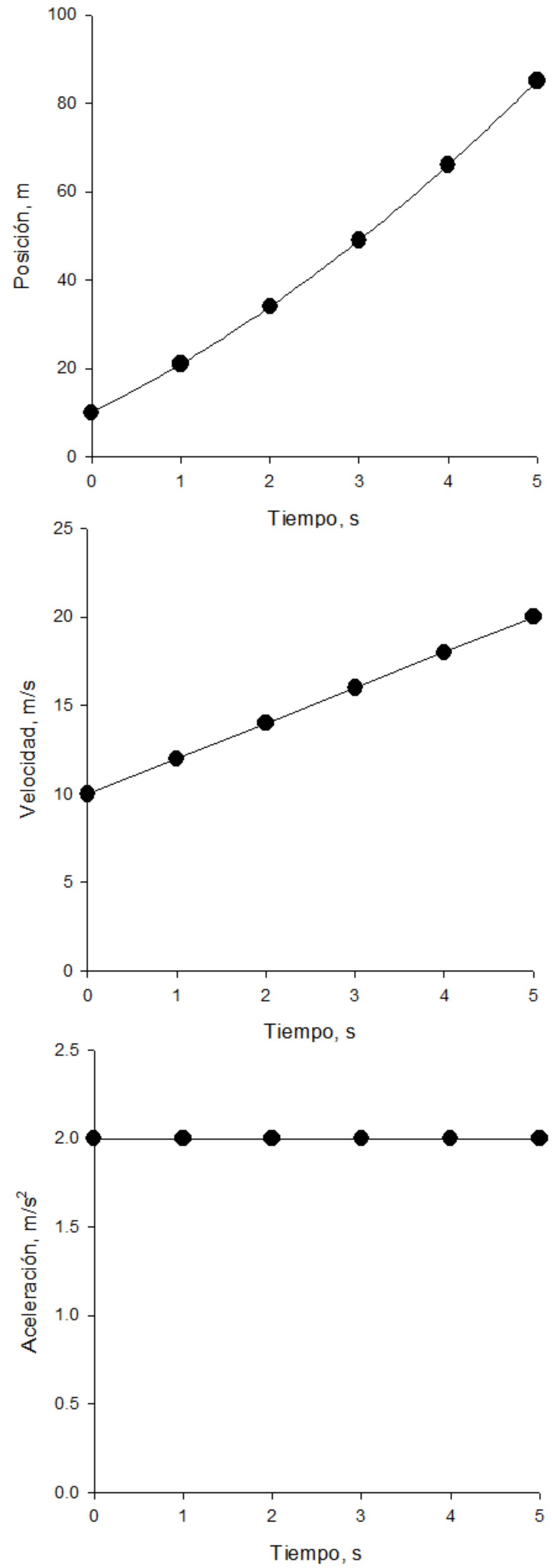
$$Posición(t) = \frac{1}{2}\times a\times(t-t_0)^2 + v_0(t-t_0) + Posición_0$$

$$v = v_0 + a\times(t-t_0)$$

$$Posición = 1\frac{m}{seg^2}\times t^2 + 10\frac{m}{seg}\times t + 12\,m$$

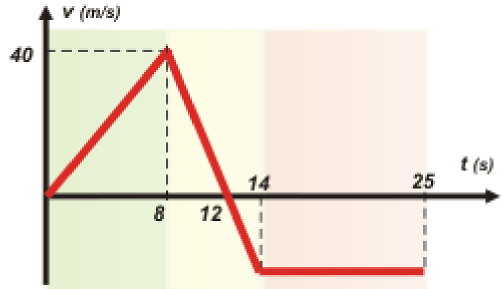
$$v = 10\frac{m}{seg} + 2\frac{m}{seg^2}\times(t-t_0)$$

$$a = 2\frac{m}{seg^2}$$



Posición, m
0
20
40
60
80
100
Tiempo, s
0
1
2
3
4
5
Velocidad, m/s
0
5
10
15
20
25
Tiempo, s
0
1
2
3
4
5
Aceleración, m/s2
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
Tiempo, s
0
1
2
3
4
5

10. Analizar el gráfico dado, que corresponde a un movimiento rectilíneo en varias etapas. Suponiendo que en t = 0; x = 0,



a. Trazar los gráficos de aceleración y de posición en función del tiempo, determinando los valores correspondientes a los tiempos indicados.

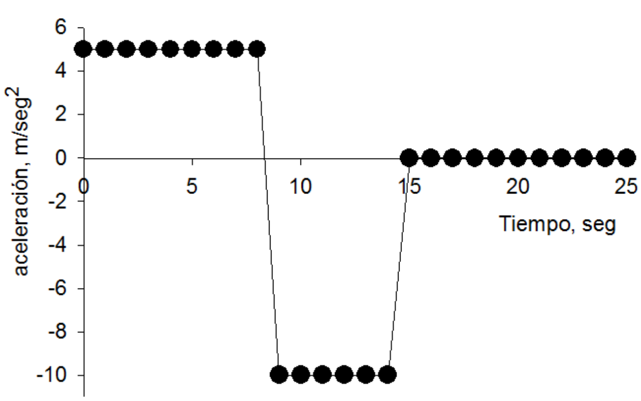
La aceleración entre 0 y 8 segundos, es constante, y puede calcularse como la pendiente de la recta:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40\, m/seg}{8\, seg} = 5\frac{m}{seg^2}$$

Entre 8 y 14 segundos, la aceleración es:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(40\frac{m}{seg}\right) - \left(-20\frac{m}{seg}\right)}{8\, seg - 14\, seg} = \frac{60\frac{m}{seg}}{-6\, seg} = -10\frac{m}{seg^2}$$

De 14 a 25 seg, la velocidad es constante y por lo tanto la aceleración es 0 m/seg^2. Vamos a comenzar graficando entonces la aceleración en función del tiempo:



Veamos ahora qué ocurre con la posición. Por todo lo observado antes, el movimiento es rectilíneo uniformemente variado en cada tramo de aceleración constante. Entonces, la posición para cada región se puede calcular como:

$$Posición(t) = \frac{1}{2} \times a \times (t - t_0)^2 + v \times (t - t_0) + Posición_0$$

Entre 0 y 8 segundos la ecuación puede reescribirse como:

$$Posición(t) = \frac{1}{2} \times 5 \frac{m}{seg^2} \times t^2 = \frac{5}{2} \frac{m}{seg^2} \times t^2$$

Por ejemplo, a los 8 seg:

$$Posición(t) = \frac{5}{2} \frac{m}{seg^2} \times 8^2 = 160\, m$$

Entre 8 y 14 segundos, la ecuación puede reescribirse como (considerar que habrá que sumar la posición de la que parte, que es la última que tuvo a los 8 seg):

$$Posición(t) = \frac{1}{2} \times (-10) \frac{m}{seg^2} \times (t - 8\, seg)^2 + v \times (t - 8\, seg) + 160\, m$$

$$= -\frac{10}{2} \frac{m}{seg^2} \times (t - 8\, seg)^2 + v \times (t - 8\, seg) + 160\, m$$

$$Posición(t) = -5 \frac{m}{seg^2} \times (t - 8\, seg)^2 + v \times (t - 8\, seg) + 160\, m$$

Por ejemplo, a los 14 seg:

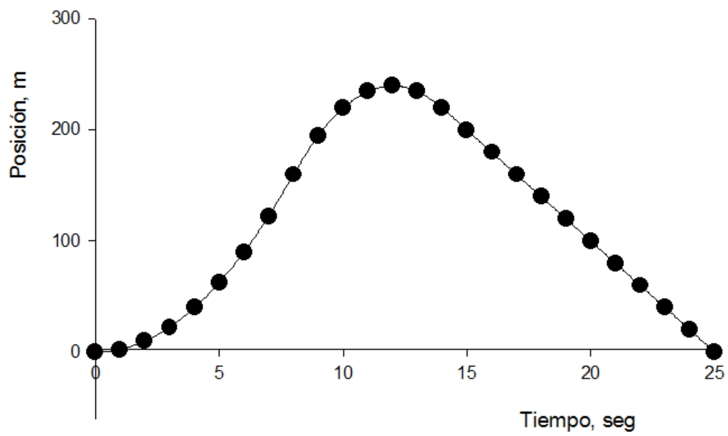
$$Posición(t) = -5 \frac{m}{seg^2} \times 6^2 seg^2 + 40 \frac{m}{seg} \times 6\, seg + 160\, m = 220\, m$$

Entre los 15 y los 25 segundos, dado que no hay aceleración, la ecuación es la del MRU (considerar que habrá que sumar la posición de la que parte que es la última que tuvo a los 14 seg):

$$Posición = -20 \frac{m}{seg} \times (t - 14\, seg) + 220\, m$$

Luego, obtenemos los puntos para cada región, utilizando la ecuación que corresponde en cada caso:

Tiempo, seg	Ecuación	Posición
0	$Posición(t)=\frac{5}{2}\frac{m}{seg^2}\times t^2$	0
1		2,5
2		10,0
3		22,5
4		40,0
5		62,5
6		90,0
7		122,5
8		160,0
9	$Posición(t)=-5\frac{m}{seg^2}\times(t-8\,seg)^2+v_0\times(t-8\,seg)+160\,m$	195,0
10		220,0
11		235,0
12		240,0
13		235,0
14		220,0
15	$Posición=-20\frac{m}{seg}\times(t-14\,seg)+220\,m$	200,0
16		180,0
17		160,0
18		140,0
19		120,0
20		100,0
21		80,0
22		60,0
23		40,0
24		20,0
25		0



b. Calcular la velocidad media del móvil, entre 0 y 25 segundos.

$$v = \frac{Posición_{final} - Posición_{0}}{tiempo_{final} - tiempo_{inicial}} = \frac{0\ m - 0\ m}{25\ seg - 0\ seg} = 0\ \frac{m}{seg}$$

11. Un joven ejerce una fuerza horizontal constante de 200 N sobre un objeto que avanza 4 m. El trabajo realizado por el joven es de 400 J. El ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento es:

a) 60° b) 30° c) 45° d) 53° e) ninguno de los anteriores

Dado que la fuerza es de aplicación constante, el trabajo se relaciona con el ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento según:

$$W_F = F \times \Delta x \times \cos\alpha$$

$$400\ J = 200\ N \times 4\ m \times \cos\alpha$$

$$\frac{400\ J}{200\ N \times 4\ m} = \cos\alpha$$

$$\frac{4\ J}{2\ N \times 4\ m} = \cos\alpha$$

$$\frac{4\ J}{8\ N \times m} = \cos\alpha$$

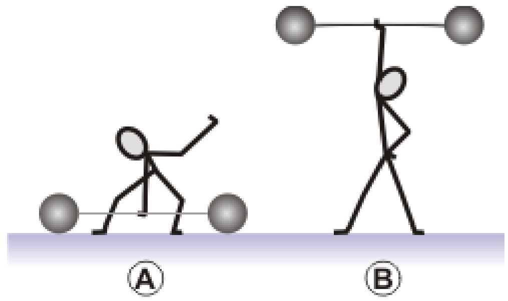
$$\frac{4\ J}{8\ J} = \cos\alpha$$

$$\frac{1}{2} = \cos\alpha$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \alpha = 60°$$

12. El forzudo Igor levanta una pesa de 200 kg por encima de su cabeza, desde el suelo hasta una altura de 2 m.

a. Hallar el trabajo que realiza la fuerza peso en el ascenso.



El trabajo de la fuerza peso entre A y B ($W_{P,AB}$), es igual a menos la energía potencial en A ($E_{P,A}$) menos la energía potencial en B ($E_{P,B}$). Entonces:

$$W_{P,AB} = E_{P,A} - E_{P,B}$$
$$W_{P,AB} = m \times g \times h_A - m \times g \times h_B$$

Si fijamos (arbitrariamente) el cero de las alturas en el piso (h_A = 0), y asumimos una aproximación de la aceleración de la gravedad g a 10 m/seg^2, queda:

$$W_{P,AB} = -m \times g \times h_B$$
$$W_{P,AB} = -200\,kg \times 10 \frac{m}{seg^2} \times 2\,m$$
$$W_{P,AB} = -200\,kg \times 10 \frac{m}{seg^2} \times 2\,m = -4.000\,N \times m = -4.000\,J$$

b. ¿La fuerza que ejerce Igor es constante? Hallar el trabajo que realiza esta fuerza. (Sugerencia: tener en cuenta que las velocidades, inicial y final de la pesa son nulas).

No sabemos si la fuerza que hace Igor es constante. Por ello vamos a calcular el trabajo como si no lo fuera (dado que si lo fuera, el cálculo también sería válido). Vamos a asumir que la fuerza que hace Igor es la única no conservativa que actúa sobre las pesas, entonces utilizamos el teorema de las fuerzas no conservativas:

$$W_{no\ conservativo} = \Delta E_M$$

Dijimos: la única fuerza no conservativa es la que hace Igor. Además no hay energía cinética involucrada, dado que el sistema considera los estados inicial y final, y no su trayectoria. Entonces:

$$W_{no\ conservativo} = E_{M_B} - E_{M_A}$$
$$W_{no\ conservativo} = E_{P_B} - E_{P_A}$$
$$W_{no\ conservativo} = m \times g \times h_B - m \times g \times h_A$$
$$W_{no\ conservativo} = m \times g \times h_B = 4.000\ J$$

c. Calcular el trabajo que realiza Igor al mantener la pesa en esa posición durante 10 segundos.

Dado que para que exista trabajo en términos físicos, debe haber desplazamiento, si Igor no mueve la pesa, entonces el trabajo es igual a 0.

d. Desde la posición anterior, Igor hace descender la pesa hasta su pecho, quedando a 1,2 m sobre el suelo. Hallar el trabajo que realiza la fuerza peso, en el descenso.

Nuevamente nuestro 0 de referencia estará ubicado en el piso. Es decir el punto C, será ahora la posición final 1,2 m, y el punto B estará ubicado como antes a 2 m.

$$W_{P,CB} = E_{P,C} - E_{P,B}$$

$$W_{P,CB} = m \times g \times h_C - m \times g \times h_B = m \times g \times (h_C - h_B)$$

$$W_{P,CB} = 200\,kg \times 10\frac{m}{seg^2} \times (1{,}2\ m - 2\ m) = 2.000N \times (-0{,}8\ m) = -1.600\ J$$

e. ¿Qué trabajo habría realizado la fuerza peso, si Igor hubiera levantado la pesa desde el piso sólo hasta su pecho? Comparar con la suma de los trabajos hallados en a y en d.

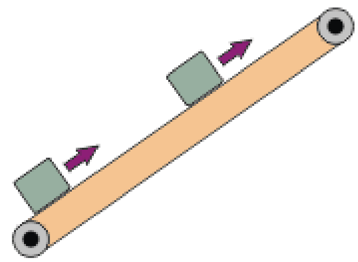
$$W_{P,AC} = E_{P,A} - E_{P,C}$$

$$W_{P,AC} = m \times g \times h_A - m \times g \times h_C = m \times g \times (h_A - h_C)$$

$$W_{P,AC} = 200\,kg \times 10\frac{m}{seg^2} \times (0\ m - 1{,}2\ m) = 2.000N \times (-1{,}2\ m) = -2.400\ J$$

La suma de los dos tramos, indicados en la dirección de subida resulta en -4.000 J, tal como se calculara en A.

13. Una cinta transportadora hace subir cajas a velocidad constante por una pendiente inclinada de 35° respecto la horizontal. Durante este proceso la energía mecánica de las cajas ¿disminuye, aumenta o permanece constante?



La energía mecánica de las cajas (o de cualquier otra cosa) es la suma de la energía cinética y la energía potencial.

$$E_M = E_C + E_P$$

La energía cinética no cambia, ya que –como lo indica el enunciado- las cajas avanzan a velocidad constante, y la energía potencial (en este caso se trata de energía potencial gravitatoria) aumenta, ya que las cajas se elevan, o sea que ganan altura a medida que avanzan. Por lo tanto, dado que la energía potencial aumenta, la energía mecánica también lo hace.

14. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre un cuerpo y el suelo son 0,4 y 0,3, respectivamente. La masa del cuerpo es de 60 kg, e inicialmente se encuentra en reposo apoyado sobre el suelo.

a. ¿Se lo puede mover aplicando una fuerza paralela al piso de módulo igual a 300 N?

Dado que el bloque se encuentra apoyado sobre el suelo, cuando va a iniciar el movimiento la fuerza de rozamiento será de:

$$F_R = \mu \times N$$

Dado que en este caso, la normal es igual a la fuerza del peso:

$$F_R = \mu \times \vec{P}$$

$$F_R = 0{,}4 \times 60\,kg \times 10\frac{m}{seg^2} = 240\,N$$

Cuando comienza a moverse a velocidad constante, la fuerza de rozamiento disminuirá,

$$F_R = \mu \times \vec{P}$$

$$F_R = 0{,}3 \times 60\,kg \times 10\frac{m}{seg^2} = 180\,N$$

Con 300 N alcanzaría para iniciar el movimiento del cuerpo.

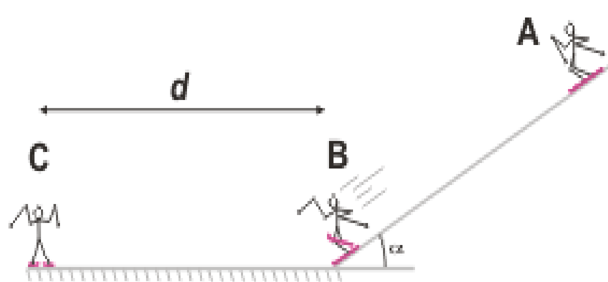
b. En caso afirmativo, ¿cuál sería la aceleración del cuerpo?

En nuestros cálculos estamos asumiendo que la velocidad que adquiere el cuerpo cuando se inicia el movimiento es constante, por ello la aceleración será 0.

15. Un esquiador de 80 kg se deja deslizar desde la parte superior de una ladera de 60 m de alto y que forma con la horizontal un ángulo de 37°, al llegar al pie de la misma se sigue deslizando sobre la pista horizontal. Si el coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve es de μ_d = 0.2, y el esquiador no se impulsa durante el recorrido, se quiere determinar la distancia que recorre el esquiador sobre la pista hasta detenerse.

Este ejercicio es de mayor complejidad que los demás, pudiéndose resolver para la fuerza de rozamiento sólo en la zona horizontal, o en toda la trayectoria. Consideramos que la resolución de la primera parte es suficiente para los fines del curso.

Primero vamos a considerar la posibilidad más fácil, que es que el rozamiento sólo está presente en el desplazamiento horizontal. Apliquemos la ley de conservación:



$$E_{M\,(A-C)} = W_{no\ conservativas}$$

$$E_{MC} - E_{MA} = W_{no\ conservativas}$$

La Energía mecánica en A es puramente potencial, ya que la velocidad en A vale cero. Si tomamos el cero de la altura al nivel del tramo horizontal, entonces, la energía mecánica en C valdrá cero, ya que ahí el esquiador se detiene. Por otro lado la única fuerza no-conservativa que actúa en la transformación de A hasta C es el rozamiento que hay en la pista horizontal, cuyo trabajo podemos calcular con la definición de trabajo para fuerzas constantes. Por lo tanto, teniendo en cuenta la fuerza de rozamiento:

$$W_{rozamiento} = 0 - E_{MA}$$

$$F_{roz} \times d = -E_{MA}$$

Como dijéramos, la E_M en A es únicamente E_P,

$$\begin{aligned} &F_{Roz} \times d \times cos180° = -E_P = -m \times g \times h_A \\ &-\mu_d \times m \times g \times d = -m \times g \times h_A \\ &\mu_d \times d = h_A \\ &d = \frac{h_A}{\mu_d} = 300\,m \end{aligned}$$

Consideraremos ahora la opción más completa que es que los esquíes y la nieve, ambos rozan por igual tanto en la montaña como en la pista. La única diferencia con el caso anterior es que el trabajo del rozamiento afecta a toda la trayectoria, y para resolverlo, lo podemos dividir en dos tramos: el inclinado y el horizontal.

Entonces:

$$W_{no\ conservativas} = \Delta E_{M\,(A-C)}$$

$$W_{no\ conservativas\,(B-C)} + W_{no\ conservativas\,(A-B)} = E_{M-C} - E_{M-A}$$

$$0 - m \times g \times h_A = \mu_d \times N \times d - \mu_d \times N' \times L$$

Siendo L, la longitud de la ladera. La "normal" (la fuerza de apoyo en la nieve) no vale lo mismo en cada tramo, y por ello la fuerza de rozamiento tampoco.

$$N' = m \times g \times cos\,\alpha$$

Tenemos en cuenta también que la longitud de la ladera se puede expresar en función de la altura de A, y el ángulo de inclinación (recordemos las nociones de trigonometría):

$$L = \frac{h_A}{sin\,\alpha}$$

Ahora reemplazamos:

$$-m \times g \times h_A = \mu_d \times m \times g \times d - \mu_d \times m \times g \times \cos\alpha \times \frac{h_A}{\sin\alpha}$$

$$h_A = \mu_d \times d + \mu_d \times \cos\alpha \times \frac{h_A}{\sin\alpha}$$

$$h_A - \mu_d \times \cos\alpha \times \frac{h_A}{\sin\alpha} = \mu_d \times d$$

$$d = \frac{h_A}{\mu_d} - \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \times h_A = 220\, m$$

Este resultado es coherente con el anterior. Surge de restarle a los 300 m calculados originalmente una cantidad que depende de la altura y el ángulo de inclinación, que la da la expresión cos α / sen α.

Bibliografía

Cabrera R. No me salen. Apuntes teóricos de Física y Biofísica del CBC, UBA.
https://ricuti.com.ar/

Física, Problemas y Ejercicios. CBC, Universidad de Buenos Aires, 2001.

Física e Introducción a la Biofísica. CBC, Universidad de Buenos Aires, 2001.