Contenidos Unidad 2. Mecánica Clásica

Cinemática

¿Qué es la Cinemática? Posición. Desplazamiento. Instante de tiempo. Velocidad media. Velocidad, o velocidad real, o velocidad instantánea, v. Aceleración media, a_m. Trayectoria. Ecuación horaria o ecuaciones de movimiento. Esquema. Movimiento rectilíneo uniforme, MRU. Movimiento rectilíneo uniformemente variado, MRUV. Movimiento libres verticales. Caída libre y tiro vertical.

Dinámica

Fuerzas. Leyes de Newton. Primera Ley de la Dinámica: Ley de la inercia o Principio de Galileo. Segunda Ley de la Dinámica: Ley de la masa o Principio de Newton. Tercera Ley de la Dinámica: Principio de Acción y Reacción. Diagrama de cuerpo libre. Unidades de fuerza. Trabajo. Fuerza de aplicación constante. Trabajo. Fuerza de aplicación no constante. Energía y Leyes de conservación. Energía mecánica: energía cinética y energía potencial. Fuerzas conservativas y no conservativas. Trabajo de la fuerza peso. Trabajo de fuerzas no conservativas. Fuerzas no conservativas y variación energía mecánica. Fuerzas de rozamiento como ejemplo de fuerzas no conservativas

Bibliografía

Unidad 2: Mecánica Clásica

Cinemática

¿Qué es la Cinemática?

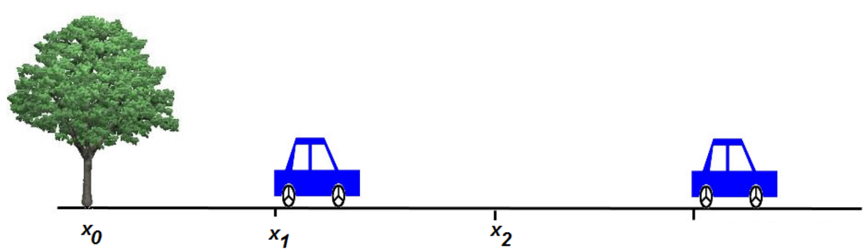
El nombre cinemática deriva de la palabra griega "*kinetos*" cuyo significado es mover o desplazar. La Cinemática es entonces la parte de la física que se ocupa del movimiento de los objetos a través del espacio y el tiempo, sin tener en cuenta las causas que lo producen.

La cinemática comprende cinco movimientos principales, de los cuales nos detendremos sólo en algunos de ellos. Estos son el movimiento rectilíneo uniforme (MRU), el movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), el movimiento armónico simple, el movimiento circular y el movimiento parabólico.

Definiremos algunos conceptos que serán necesarios a lo largo de esta unidad:

Posición (x)

Se llama posición al lugar que un móvil ocupa en el espacio. En cinemática se asume que los móviles (los carritos en el ejemplo anterior) no tienen volumen, no ocupan espacio, es decir, son un punto, de allí que se los llama "puntuales". Es un modelo "ideal", que permite simplificar el estudio del movimiento. La posición tiene unidad de longitud (por ejemplo, cm, m, km). Cuando veamos que la x tiene un subíndice (por ejemplo, "x_1") se está haciendo referencia a un lugar en particular.



Desplazamiento, (x_2 – x_1), Δx_{12}

Es la diferencia entre dos posiciones (la posición posterior menos la posición anterior).

Instante de tiempo, t

Momento único e irrepetible en el transcurso del tiempo. Se indica con cualquier unidad de tiempo (por ejemplo: el segundo, s, en referencia a una escala arbitraria). Al igual que lo dijimos con "x_1", cuando veamos t con un subíndice (por ejemplo, "t_1") estamos haciendo referencia a un instante en particular.

Intervalo de tiempo, ($t_2 - t_1$), Δt_{12}

Es el tiempo transcurrido entre dos instantes. Se obtiene restando el instante posterior menos el instante anterior.

Velocidad media, v_m

Es el cociente entre un desplazamiento cualquiera y el intervalo de tiempo correspondiente. Se mide en cualquier unidad de longitud dividida cualquier unidad de tiempo, por ejemplo m/s.

Velocidad, o velocidad real, o velocidad instantánea, v

En palabras sencillas, es el cociente entre un desplazamiento en el intervalo de tiempo extremadamente pequeño.

Aceleración media, a_m

Es el cociente entre un incremento o un decremento de velocidad y el intervalo de tiempo en el que esa variación transcurre. Se mide en cualquier unidad de velocidad dividida cualquier unidad de tiempo. Por ejemplo m/s^2.

Trayectoria

Sucesión de posiciones por las que va pasando un móvil.

Ecuación horaria o ecuaciones de movimiento, $x = f(t)$

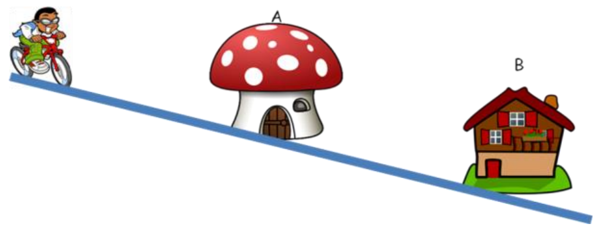
Es cualquier función matemática entre el conjunto de las posiciones "x" y el conjunto de los instantes de tiempo "t".

Esquema

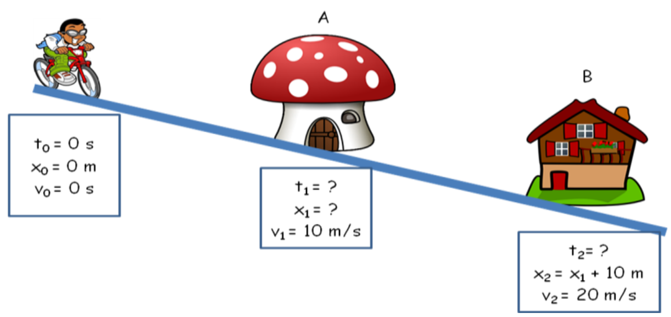
Consiste en dibujar la trayectoria y consignar sobre ella la información cinemática de la que se disponga, en la proximidad (lo más junto posible) de la posición correspondiente. Un esquema bien hecho y completo es garantía casi absoluta de que el ejercicio estará bien resuelto.

Practiquemos cómo hacer un esquema correctamente

Un niño viaja en bicicleta. Parte del reposo por una rampa inclinada con aceleración constante. Pasa por la casa A con una velocidad de 10 m/s y por la casa B con una velocidad de 20 m/s. Si ambos puestos están distanciados 10 metros, se pide calcular la aceleración que experimenta, la distancia del punto de partida a la casa A, y el tiempo transcurrido desde que partió hasta que pasó por la casa B.



Vamos a ponerle los datos que tenemos y los datos que queremos calcular en cada una de las posiciones. En nuestros problemas de cinemática, normalmente incluiremos, tiempo, posición, velocidad y aceleración:

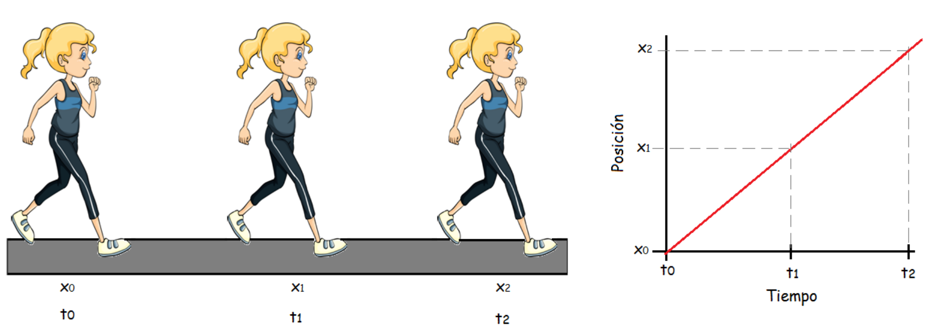


La posición donde se ubica inicialmente el niño, el tiempo de inicio y la velocidad inicial valen 0 (porque hasta que arranca está quieto). Luego van a ser de interés la posición y el tiempo en el que pasa por la casa A (tenemos como dato la velocidad en ese punto) y lo mismo para la casa B. Sabemos, sin embargo, que la distancia entre A y B es de 10 m, por esto si bien no sabemos cuánto vale x_2, sabemos que su valor será x_1 (la distancia desde donde partió el niño) más la distancia entre ambas casas (10 m). De allí que $x_2 = x_1 + 10$.

Movimiento rectilíneo uniforme, MRU

El MRU es el movimiento más sencillo. La trayectoria, como lo indica su nombre, es una línea recta y la velocidad es constante (no hay aceleración).

Un sistema móvil que se mueve en MRU avanza distancias idénticas en iguales tiempos, dado que la velocidad es constante. Esto quiere decir que por ejemplo, cada 4 segundos siempre estará avanzando la misma distancia. Un esquema de este tipo de movimiento podría ser:



Dado que la velocidad es un valor constante, cuando un móvil se desplaza en MRU, el gráfico de la posición que tiene el móvil en función del tiempo es una línea recta cuya pendiente es la velocidad media. Recordemos de la Unidad 1 de Matemática, que la ecuación de una recta es

$$y = m \times x + b\,,$$

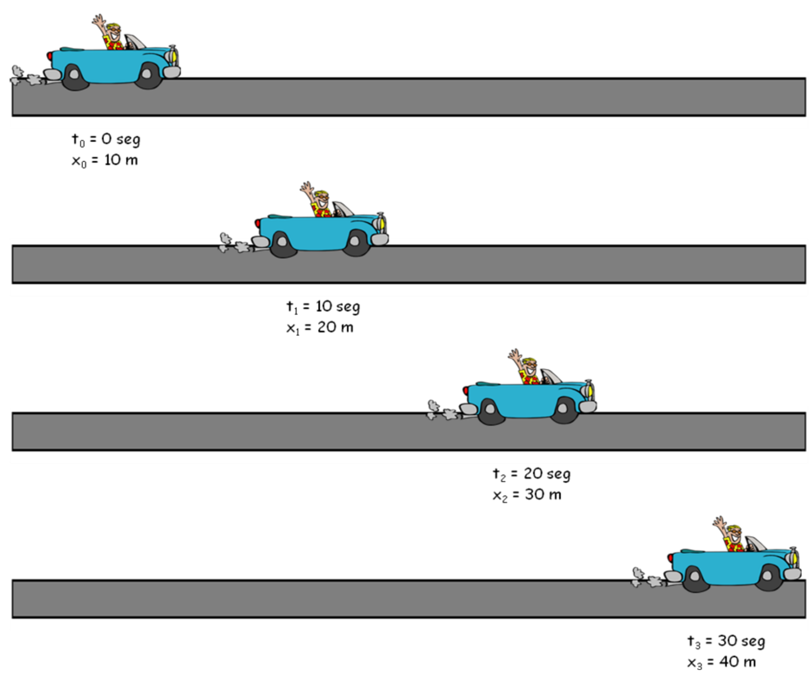
la variable independiente "x", en este caso es el tiempo (t), la variable dependiente "y" es la posición (que usualmente en cinemática aparece como "x_i"... a no confundirse...), la pendiente (m) es entonces:

$$m = \Delta y / \Delta x = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta(posición)}{\Delta(tiempo)} = velocidad\, media\,.$$

Dependiendo de si representamos un avance o un retroceso, podremos observar una pendiente positiva (si es un avance) o una pendiente negativa (si es un retroceso)... pero eso dependerá de cómo definimos la posición inicial en el sistema de referencia. Si no hubiera cambio de posición, la recta tendría una pendiente igual a cero.

Ecuación horaria.

Las ecuaciones horarias, o de movimiento, tienen que contener a la x de trayectoria, y al tiempo t, si no, no son ecuaciones horarias. Tomemos el siguiente ejemplo. Un pasajero viaja en un auto moviéndose en línea recta como se muestra en el esquema. Grafique la posición en función del tiempo, y calcule la velocidad media a la que se desplaza.

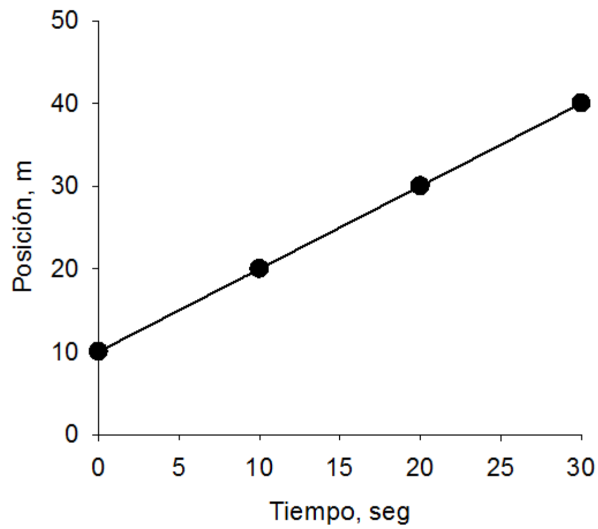


Noten que a tiempo 0 (cuando comenzamos a medir cómo se mueve este automóvil) la posición es 10 m. En este caso, se considera que la trayectoria que vemos comienza a 10 m de la posición inicial. Es decir que nuestro sistema está referido a una posición inicial a 10 m del punto original.

Construyamos la tabla para realizar el gráfico que nos piden:

Tiempo (seg)	Posición (m)
0	10
10	20
20	30
30	40

Ahora grafiquemos:



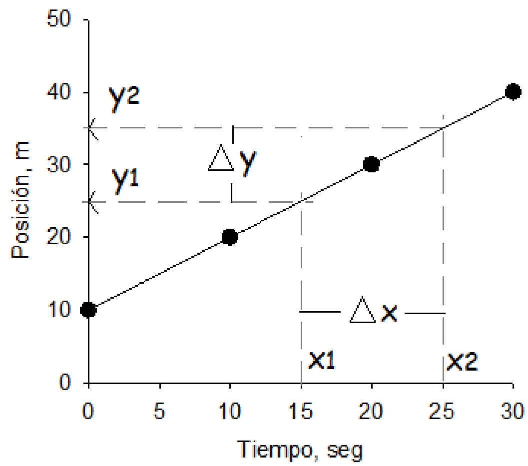
La función lineal que describe este caso es:

$$Posición = m \times x + 10m$$

Vamos a calcular "m" que, recordemos, es la velocidad media. Tomamos un Δx, por ejemplo entre 15 s y 25 s

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 25s - 15s$$
$$\Delta x = 10s$$

Y para esos puntos de x, interpolamos en la curva los valores de y (por las dudas no lo recuerden, observen en el gráfico):



$$\Delta y = y_2 - y_1 = 35m - 25m$$
$$\Delta y = 10m$$

Por lo tanto, la pendiente *m* será:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10m}{10seg} = 1\frac{m}{seg}$$

Es decir que la pendiente, que es la velocidad, es 1 m/seg. Observen que cuando se calcula la pendiente, la misma tiene como unidades el cociente entre las unidades de "y", y de "x".

De forma general, para cinemática la función lineal:

$$y = m \times x + b$$

Tendrá la forma:

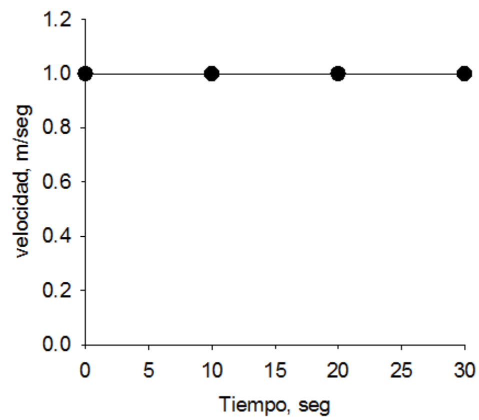
$$Posición = v \times (t - t_0) + Posición_0$$

Es decir, *y* es la posición del móvil, la pendiente *m* es la velocidad media, *x* es el tiempo tiempo (respecto del inicial), y la ordenada al origen *b* es la posición inicial del móvil ($Posición_0$). A esta última ecuación la llamamos **ecuación horaria**.

Dado que la pendiente de la recta es la velocidad media, cuanto mayor sea la velocidad, más empinado será el gráfico.

Tengan en cuenta que es esencial hacer los esquemas para resolver correctamente los ejercicios, ayudan a entender el enunciado y a resolver el problema. Ahorrar tiempo por no hacerlos, suele llevar a errores innecesarios.

Dado que la velocidad es constante (en el ejemplo 1 m/s), si quisiéramos graficarla, para todo tiempo tendríamos el mismo valor, es decir sería una constante. El gráfico que obtendríamos sería el siguiente:



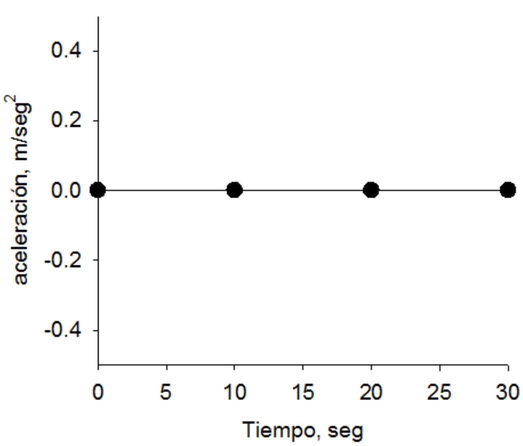
Si retomamos los conceptos de derivadas de la Unidad 1, nos daremos cuenta que la velocidad es la derivada de la ecuación horaria, por ello es una constante:

$$(Posición)' = [v \times (t - t_0) + Posición_0]' \, dt$$

En este caso, como nuestra $x = t$, derivados en función de t (dt). La $Posición_0$ es una constante, por ende su derivada es 0. La derivada de $v \times (t - t_0)$, es la constante que multiplica (v), reemplazando la derivada de la posición, es simplemente la velocidad.

$$(Posición)' = v$$

Como el móvil no acelera, dado que dijimos que el movimiento era rectilíneo y uniforme, la aceleración es 0:

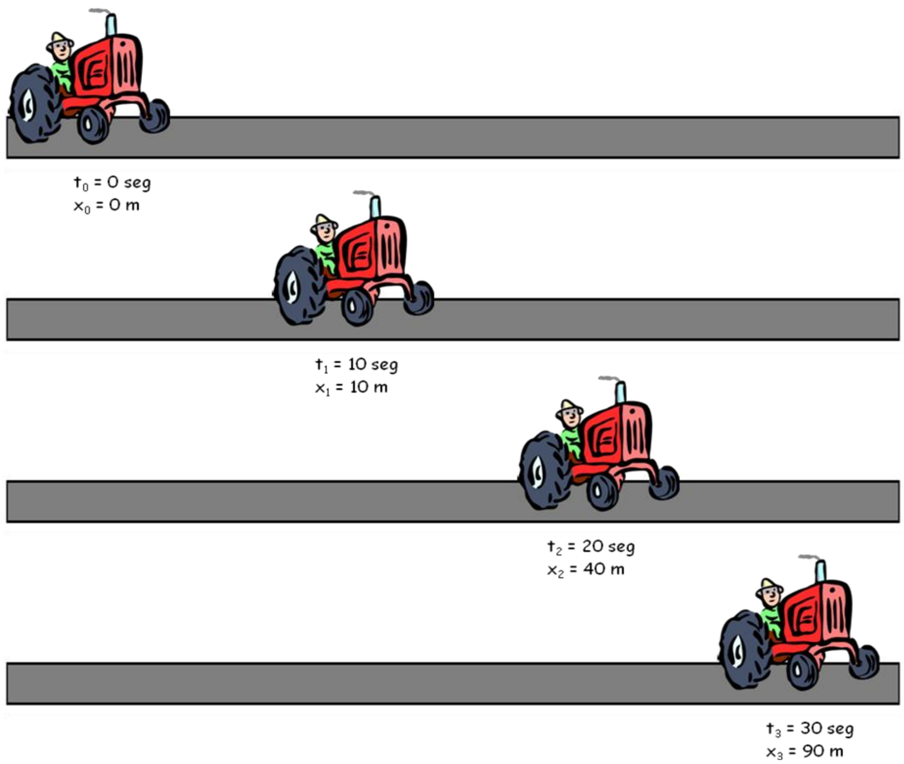


La aceleración es la derivada de la velocidad, o la segunda derivada de la ecuación de posición:

$(v)' = 0$

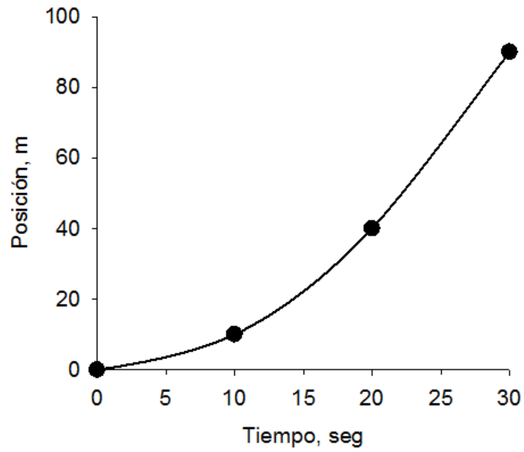
Movimiento rectilíneo uniformemente variado, MRUV

Este movimiento es muy similar al MRU, pero en este caso el móvil acelera, es decir que la velocidad no es constante. Vamos a ver este caso también con un ejemplo.



Tiempo (seg)	Posición (m)
0	0
10	10
20	40
30	90

Y lo graficamos:



Notemos que la función que describe este movimiento es una parábola. La ecuación horaria que describe la posición de un MRUV es:

$$Posición(t) = \frac{1}{2} \times a \times (t - t_0)^2 + Posición_0\,(t - t_0) + Posición_0$$

Donde a, es la aceleración.

Nuevamente, la velocidad es la derivada de la posición. Tenemos tres términos para derivar respecto de t:

Término cuadrático: $\left[\frac{1}{2} \times a \times (t - t_0)^2\right]' dt = \frac{2}{2} \times a \times t = a \times t$

Término lineal: $\left[Posición_0\,(t - t_0)\right]' dt = 0$

Término constante: $\left(Posición_0\right)' dt = 0$

En resumen, la derivada de la posición en función de t es:

$[Posición(t)]' = a \times t + Posición_0$

Reescribiendo, dado que la aceleración es el cambio de la velocidad en el tiempo:

$[Posición(t)]' = \frac{v}{t} \times t + Posición_0$

$[Posición(t)]' = v$

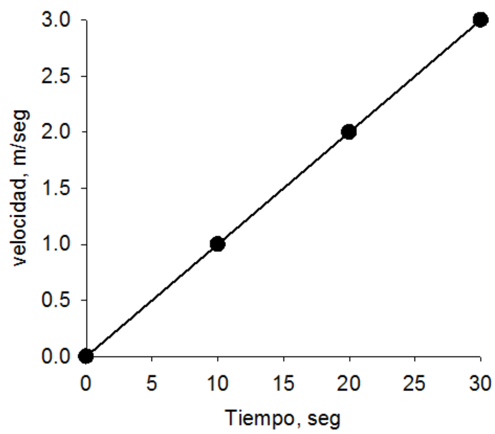
Nuevamente, la derivada de la posición es la velocidad. La velocidad en función del tiempo, se puede escribir como:

$$v = v_0 + a \times (t - t_0)$$

Vamos a construir la tabla de velocidades en función del tiempo. Para ello, simplemente tomamos los cuatro puntos de la tabla anterior y los dividimos por el tiempo:

Tiempo (seg)	velocidad (m/seg)
0	0
10	1
20	2
30	3

El gráfico de la velocidad en función del tiempo en un MRUV es una función lineal

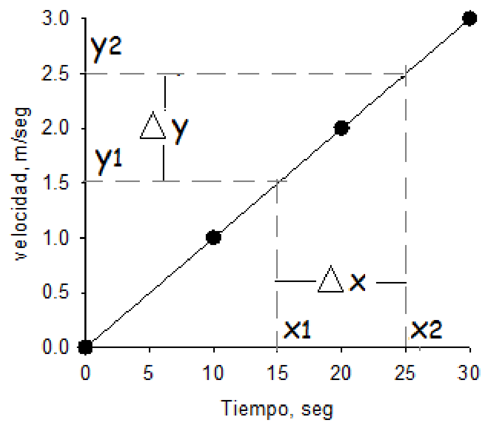


A partir del gráfico podríamos calcular la aceleración, dado que es la derivada de la ecuación de velocidad, o lo que es lo mismo, sería la pendiente de la función de velocidad:

$$(v)' = [v_0 + a(t - t_0)]dt$$

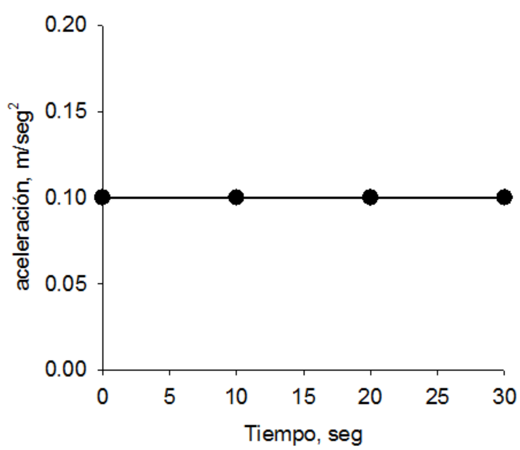
$$(v)' = a$$

A partir del gráfico podemos determinarlo como:



$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(2{,}5 - 1{,}5)\, m/s}{(25 - 15)\, s} = 0{,}1 \frac{m}{s^2}$$

La aceleración en MRUV, es un valor constante en el tiempo



Si la aceleración es positiva la velocidad aumentará en forma constante. La gráfica de posición será una parábola de concavidad positiva. Lo contrario ocurre si la aceleración es negativa (es decir, si el móvil va "frenando").

Movimientos verticales libres. Caída libre y tiro vertical.

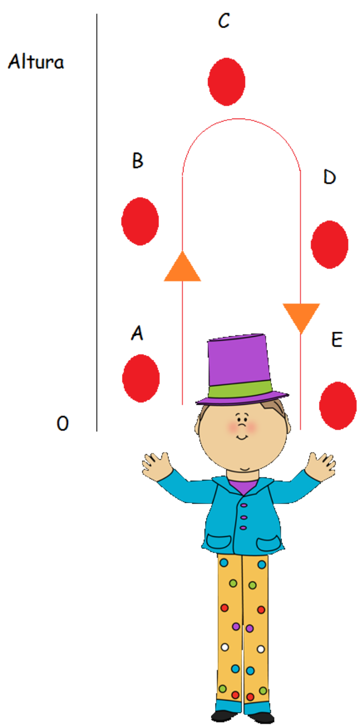
Si se arroja un objeto en forma vertical la trayectoria será una recta vertical y recibe el nombre de tiro vertical. Lo mismo ocurre si, en cambio, simplemente se suelta un cuerpo, y en ese caso se llama caída libre. La única diferencia entre ambos es la velocidad inicial (nula en el segundo caso). Llamaremos a ambos, movimientos libres verticales (MLV). Consideraremos en estos movimientos que no hay fuerza de rozamiento por su interacción con el aire.

Se los llama libres porque durante el vuelo nada los empuja ni los retiene (al menos aparentemente). Y lo que ocurre es que estos movimientos de trayectoria vertical son de tipo acelerado, MRUV, con aceleración constante igual a g, de forma tal que si están subiendo lo hacen cada vez más lentamente, y si están bajando lo hacen aumentando su rapidez.

La ecuación horaria que describe este movimiento es análoga a la de MRUV, sólo que la aceleración es la de la gravedad, y que ahora en lugar de desplazarnos en sentido horizontal lo haremos en sentido vertical (por eso lo llamaremos altura):

$$Altura = \frac{1}{2} \times g \times (t - t_0)^2 + v_0 \times (t - t_0) + Altura_0$$

$$v = g \times (t - t_0) + v_0$$

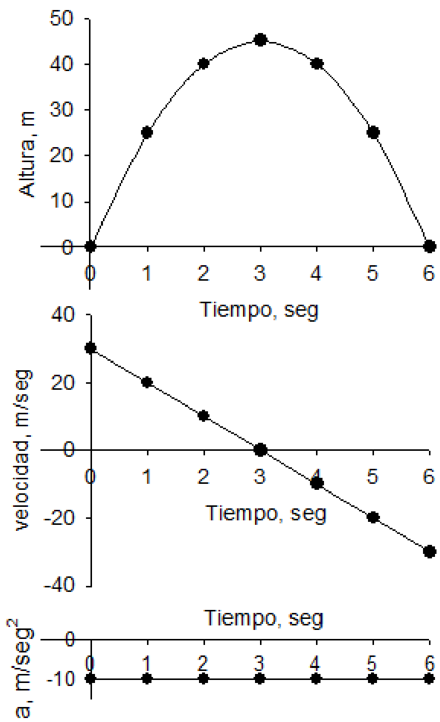


Miremos este ejemplo. Supongamos que un malabarista tira una pelota en tiro vertical. La altura de la pelota a t_0 la consideraremos 0 m, la velocidad a la cual tira inicialmente la pelota es 30 m/s y aproximaremos la aceleración de la gravedad como g = -10 m/s² (En nuestro sistema de referencia, la aceleración de la gravedad será negativa. El signo de g depende exclusivamente del sistema de referencia y no de si el móvil sube o baja).

Entonces la altura y la velocidad quedarán descritas por:

$$Altura = -5\frac{m}{s^2} \times (t - t_0)^2 + 30\frac{m}{s} \times (t - t_0)$$

$$v = -10\frac{m}{s^2} \times (t - t_0) + 30\frac{m}{s}$$



En base a estas ecuaciones construiremos una tabla anotando los valores obtenidos entre los 0 y los 6 seg.

Tiempo, seg	Altura, m	v, m/s
0	0	30
1	25	20
2	40	10
3	45	0
4	40	-10
5	25	-20
6	0	-30

La altura alcanzada, como es de esperar por la ecuación, es bien descripta por una parábola, mientras que la velocidad en el tiempo es una función lineal. Dado que la aceleración es constante, la recta tiene pendiente cero.

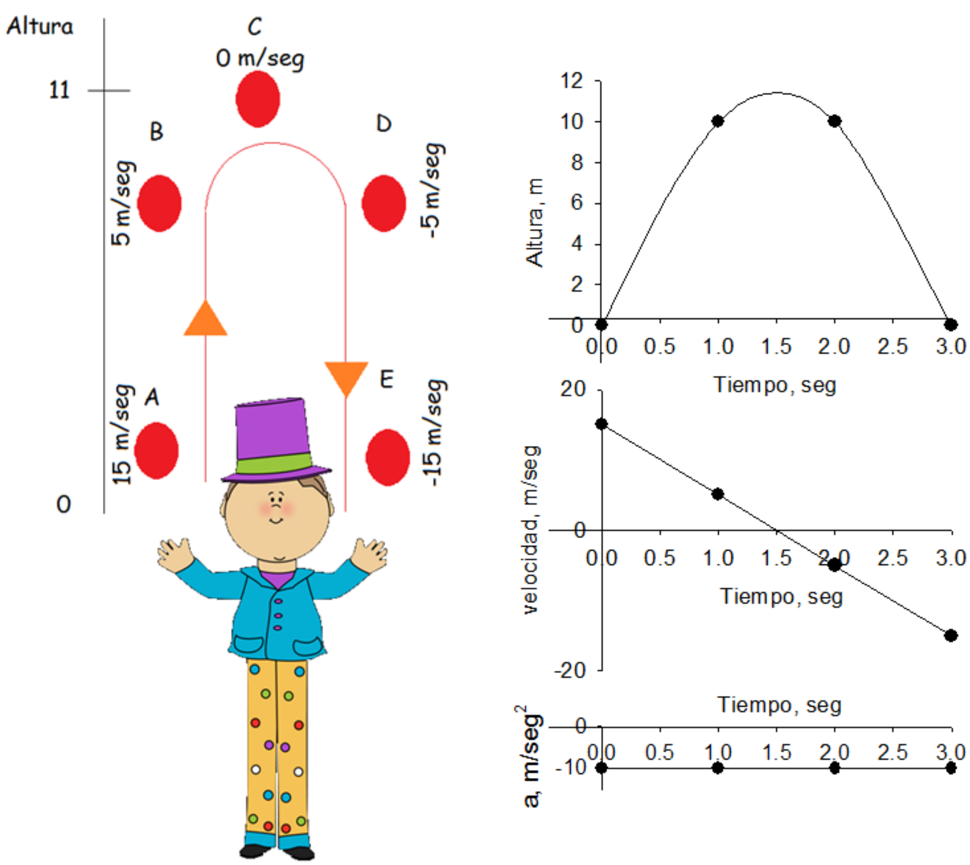
El área encerrada bajo la curva (la integral) del gráfico de velocidad en función del tiempo representa al desplazamiento del móvil (esto también se aplica a MRU y MRUV).

Volvamos a nuestro malabarista y supongamos que la velocidad inicial es de 15 m/s. Nuestras ecuaciones quedarían así:

$$Altura = -5\frac{m}{s^2}\times(t-t_0)^2 + 15\frac{m}{s}\times(t-t_0)$$

$$v = -10\frac{m}{s^2}\times(t-t_0) + 15\frac{m}{s}$$

Y el esquema de nuestro malabarista quedaría así:



Notar que, a igual altura, el módulo de la velocidad es el mismo, y que la velocidad disminuye hasta hacerse cero en la altura máxima.

Se puede trabajar con un sistema de referencias de altura diferente. Este es el que adoptaremos en este curso.

Fuerzas

Intuitivamente, todos sabemos qué es una fuerza. Sin embargo, no es necesariamente un concepto fácil de definir. El concepto de fuerza fue introducido originalmente por Arquímedes, aunque únicamente en términos estáticos. Galileo fue el primero en dar una definición dinámica y se considera que el primero que formuló matemáticamente la definición moderna de fuerza fue Newton. Podríamos decir que una fuerza es una magnitud vectorial que cuando actúa sobre un cuerpo tiene la capacidad de producir un movimiento o de alejarlo del estado de reposo.

Leyes de Newton

Las Leyes de Newton, atribuidas a Isaac Newton (1643-1727) fueron, en realidad, contribuciones de varios autores, aunque fue Newton quien las utilizó en su conjunto elaborando la Teoría Mecánica o Mecánica Clásica.

Primera Ley de la Dinámica: Ley de la inercia o Principio de Galileo.

La primera Ley de Newton establece que si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o actúan varias pero que se compensan entre sí, entonces el cuerpo permanecerá en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme.

$$\sum \vec{F}_y = 0 \Leftrightarrow \vec{a} = 0$$

Segunda Ley de la Dinámica: Ley de la masa o Principio de Newton.

La sumatoria de todas las fuerzas que recibe un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por su aceleración.

$$\sum \vec{F}_y = m \times \vec{a}$$

Esta es una ecuación vectorial, dice que la sumatoria de todas las fuerzas que recibe un cuerpo es igual al producto de su masa por su aceleración, y que la dirección y el sentido de la resultante serán iguales a la dirección y sentido de la aceleración (recordar que la masa no es un vector, es un escalar).

Tercera Ley de la Dinámica: Principio de Acción y Reacción.

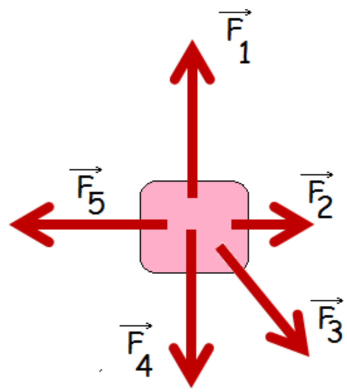
Si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el otro aplica una fuerza sobre el primero de igual módulo, igual dirección y sentido opuesto a la que el primero ejerce sobre él. Esto quiere decir que siempre dos cuerpos se atraen, se repelen, se empujan, o cualquier otra variante, pero siempre pasa algo.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

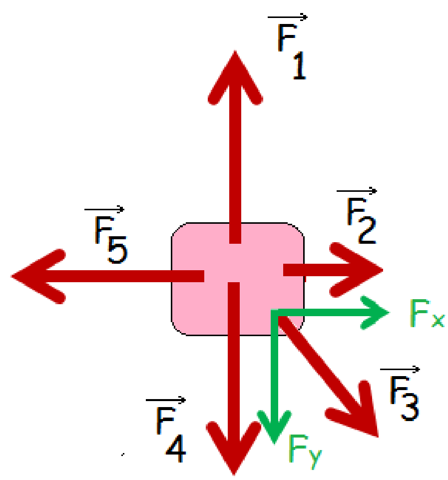
Para comprender cómo las fuerzas afectan el movimiento de un objeto será importante esquematizar el cuerpo sobre el cual actúan las fuerzas y en qué dirección y sentido lo hacen. A esos esquemas se los llama "diagramas de cuerpo libre" (DCL).

Diagrama de cuerpo libre

El diagrama de cuerpo libre (DCL) es un esquema sobre el que indicamos con vectores todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Un diagrama podría ser:



Acá por ejemplo tenemos fuerzas en tres direcciones, dado que $\vec{F}_3$ puede descomponerse en sus componentes en x e y, como aprendimos para vectores en el Unidad 1.



Ahora sí, tenemos sólo dos direcciones. Aplicamos las ecuaciones de fuerza de Newton:

$$\sum \vec{F}_x = m \times \vec{a}_x = \vec{F}_2 - \vec{F}_5 + \vec{F}_{3x}$$

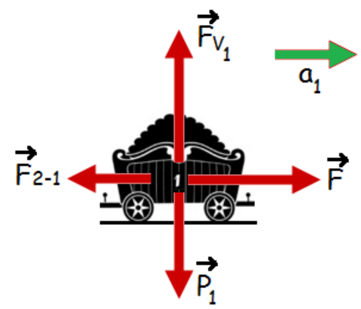
$$\sum \vec{F}_y = m \times \vec{a}_y = \vec{F}_1 - \vec{F}_4 + \vec{F}_{3y}$$

Veamos un ejemplo, donde hay dos carritos conectados:

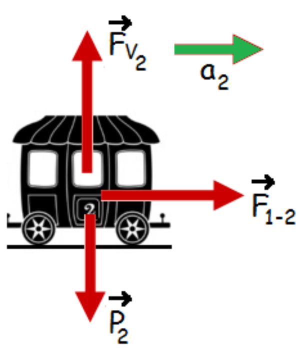
La masa del carrito "1" es de 80 kg, y la masa del carrito "2" es de 120 kg. Vamos a asumir que su movimiento sobre el piso no sufre fuerzas de rozamiento (una situación "ideal"). Ahora, aplicaremos sobre el carrito 1 una fuerza horizontal de 30 kgf (kilogramos – fuerza). ¿Cuál es la intensidad de la fuerza de contacto entre ambos?

Comenzaremos haciendo nuestro diagrama de cuerpo libre:

Empezaremos analizando qué ocurre con las fuerzas del carrito 1.



Existen cuatro fuerzas a tener en cuenta. La primera y más evidente es la fuerza horizontal (F) de 30 kgf que el enunciado dice se aplica sobre el cuerpo 1. La fuerza F_{21}, es la fuerza que el carrito 2 ejerce sobre el 1, dado que ambos están en contacto. P_1 es el peso del carrito 1, es decir la fuerza que surge de la atracción entre la tierra y el carrito. F_{V1} es la fuerza que las vías hacen sobre el carrito 1 para sostenerlo, que sería equivalente a lo que en física se llama "normal". En física, la fuerza normal (o N) se define como la fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado sobre ella. Ésta es de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario a la fuerza ejercida por el cuerpo sobre la superficie.



Si hacemos lo mismo con el carrito 2, tendremos fuerzas análogas, exceptuando la fuerza horizontal, dado que esa actúa según el enunciado sólo directamente sobre el carrito 1.

Tanto la masa como la fuerza son magnitudes difíciles de definir. Con sólo definir una de las dos basta, ya que la otra queda definida por inferencia utilizando la Segunda Ley. Newton se murió preocupado porque esas dos magnitudes tan importantes en la Mecánica no estaban definidas. Recién 200 años después el físico llamado Ernst Mach (1838-1916) logró una definición de masa que convenciese a la comunidad científica. Sin embargo Newton se las arregló perfectamente con la aproximación más intuitiva del concepto de masa: es un escalar -un número- que nos indica la cantidad de materia que forma a un cuerpo. Mach definió a la masa como: "*la masa inercial no es una característica intrínseca de un móvil, sino una medida de su acoplamiento con el resto del universo…*".

Unidades de fuerza

Las unidades de fuerza quedan definidas por las unidades de masa y de aceleración

$$[\vec{F}] = [m] \times [\vec{a}]$$

De forma que, en el Sistema Internacional (SI) tendremos:

$$[\vec{F}] = kg \times \frac{m}{seg^2}$$

A este producto se lo denomina el Newton (N),

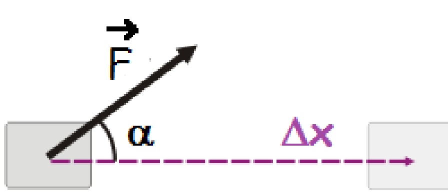
$$N = kg \times \frac{m}{seg^2}$$

Por lo tanto, en el SI la unidad de fuerza es el Newton.

Es muy popular medir la fuerza en kilogramo-fuerza, kgf. Solemos decir que pesamos 70 kg, aunque en realidad estamos hablando de 70 kgf (dado que el peso es una magnitud vectorial y el kg es unidad de masa que es una magnitud escalar), 1 kgf ≈ 10 N.

Trabajo. Fuerza de aplicación constante.

Se llama **trabajo** al producto entre una fuerza aplicada sobre un cuerpo y el desplazamiento del cuerpo en la dirección de esta fuerza. Se suele representar con la letra L o con W, y con un subíndice se aclara la fuerza a la que pertenece el trabajo expresado. Por ejemplo: W_F (el trabajo de la fuerza F) o W_{Res} (el trabajo de la fuerza Resultante). Para que haya un trabajo distinto de cero tiene que haber un desplazamiento del cuerpo sobre el que se ejerce la fuerza. Por ejemplo en la situación siguiente:



Cuando la aplicación de la fuerza es constante, el trabajo de una fuerza W_F es:

$$W_F = F \times \Delta x \times \cos\alpha$$

donde F es el módulo o intensidad de la fuerza, Δx es el módulo del desplazamiento, y α es el ángulo que forman la fuerza con la dirección del desplazamiento. El trabajo es una magnitud escalar, no es un vector.

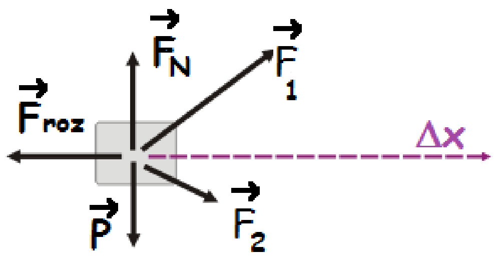
Las unidades surgen del producto de las unidades en las que se miden las fuerzas. En el SI:

$$W_F = N \times m = J$$

Al producto del Newton (N) por el metro (m), se lo conoce como Joule (J). Esta es una medida universal de energía que utilizaremos frecuentemente más adelante (todas otras formas de energía pueden convertirse en Joule).

Cálculo de Trabajo

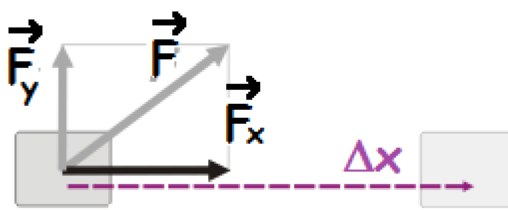
Supongamos que tenemos un cuerpo que se desplaza una cierta longitud Δx, sobre el que actúan varias fuerzas simultáneamente.



Como el trabajo resulta de la aplicación de la fuerza, podríamos calcular un trabajo asociado a cada fuerza. Lo que haremos para calcular el trabajo total es hacer la suma vectorial, para determinar la resultante en x (dado que es x el sentido de desplazamiento).

$$W_F = F_X \times \Delta x$$

Recordemos que esto es válido únicamente para fuerzas constantes, y su representación sería la siguiente:



El trabajo es una magnitud que surge de un proceso que transcurre en cierto intervalo de tiempo, y en el que hay algún desplazamiento. No es una magnitud instantánea, como la velocidad, o la energía, o tantas otras que se definen para un instante de cierto sistema.

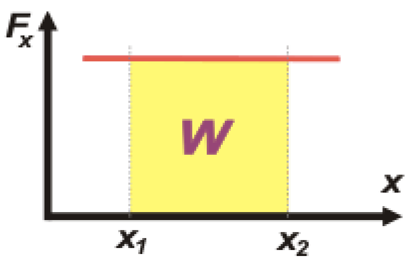
Otra propiedad del trabajo es que el mismo es igual a la resultante de la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas individuales que actúan sobre un cuerpo.

$$W_{Res} = W_{F1} + W_{F2} + W_{F3} + \ldots W_{Fn}$$

Trabajo. Fuerzas de aplicación no constante.

Cuando la fuerza es variable, es decir que su valor cambia en cada posición, se puede obtener el trabajo mediante el cálculo de la integral. Lo veremos en un ejemplo, comenzando con el caso más sencillo, cuando la fuerza es constante.

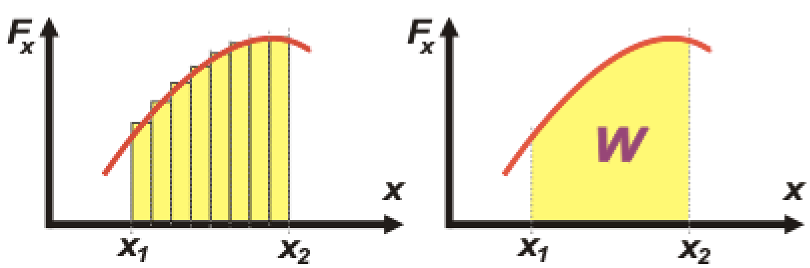
En el gráfico anterior, se observa una fuerza en función de la posición. En este caso en particular se trata de una fuerza constante, que tiene siempre el mismo valor, y donde el subíndice x indica que la fuerza tiene la misma dirección que el desplazamiento. Si tomamos dos posiciones cualesquiera y las llamamos x_1 y x_2, podemos calcular el "área encerrada baja la curva" como el área de un rectángulo (base por altura).



Esto es simplemente, el trabajo:

$$W_F = F_x \times (x_2 - x_1) = F_x \times \Delta x$$

Se puede obtener la fuerza de forma equivalente cuando la fuerza es variable, es decir que cambia de valor en cada posición. Esta vez, lo haremos calculando la integral que en su forma más sencilla sería fraccionándola en pequeños segmentos (como vimos en el Unidad 1~~I~~). Esta aproximación se puede aumentar tanto como uno quiera haciendo cada vez más pequeños los segmentos de desplazamiento que después tendremos que sumar.



Entonces, si la fuerza no fuera constante, el trabajo se podría calcular como:

$$W_F = \int F\, dx \cos\alpha$$

Esto se lee así: el trabajo es igual a la suma integral de todos los productos entre el valor de la fuerza y el pequeño segmento de desplazamiento durante el que actúa la fuerza.

Energía y las Leyes de Conservación

Energía

Hace alrededor de unos 150 años apareció la idea o concepto de energía. La primera en aparecer fue la de energía cinética, E_C, asociada a la masa y a la velocidad de un cuerpo. Al poco tiempo se encontraron otras magnitudes que se relacionaban estrechamente con la energía cinética, otras formas de energía. Así tenemos a la energía potencial (E_P) asociada a la posición en la que se encuentra el cuerpo, la energía mecánica (E_M) como suma de la cinética y la potencial, la energía química, relacionada a los enlaces químicos de las moléculas del cuerpo, el calor (Q) forma de energía asociada al movimiento de las moléculas, energía eléctrica, asociada a las cargas eléctricas, energía nuclear, asociada a los núcleos de los átomos de un cuerpo, energía radiante, asociada a la radiación electromagnética, energía hidráulica, asociada al agua y la energía eólica, asociada al viento.

Una aproximación al concepto de energía es su definición como *la capacidad de un cuerpo o sistema para ejercer fuerzas y realizar trabajos sobre otros cuerpos*. La energía es un concepto central en la Física, y aprenderemos más de ella en la Unidad de Termodinámica. Un principio fundamental es el Primero: La energía total del universo permanece constante.

Energía Mecánica: Energía Cinética y Energía Potencial

La energía puede presentarse en la naturaleza de diferentes formas, todas transformables entre sí: energía térmica, mecánica, química, eléctrica, nuclear y electromagnética, entre otras. La energía mecánica es la que poseen los cuerpos debido a sus posiciones y velocidades relativas. No se trata de la suma de todas las energías posibles, pero es un buen recorte para empezar a hacer cálculos. Cuando no actúan fuerzas no-conservativas (rozamientos, fuerzas musculares, tracciones, motores, etc.) la energía mecánica no varía, se conserva.

En Física, **la energía mecánica** está definida entonces por la suma de dos formas de energía diferentes: la **energía cinética** (E_C) y la **energía potencial** (E_P):

$$E_M = E_C + E_P$$

La energía cinética, es la energía asociada fundamentalmente al movimiento. Se define como:

$$E_C = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

Donde "*m*" es la masa del cuerpo, objeto o sustancia expresada en Kilogramos y "*v*" su velocidad en metros/segundo. Si ponemos la masa y la velocidad en estas unidades el resultado nos dará la energía en Joule.

La energía potencial es la energía asociada a la posición de un cuerpo y se puede definir como:

$$E_P = m \times g \times h$$

A diferencia de la energía cinética, que era de un único tipo, existen 3 tipos de energía potencial: potencial gravitatoria, potencial elástica y potencial eléctrica. Aquí sólo presentaremos a la potencial gravitatoria, dado que la eléctrica la veremos en la Unidad 5 y la elástica no la veremos en este curso.

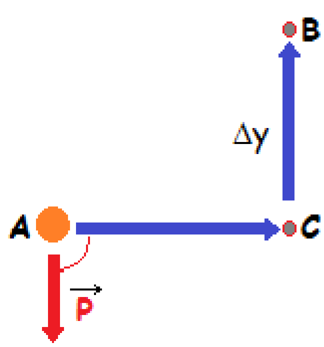
Fuerzas conservativas y no conservativas

Decimos que una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza sobre un cuerpo depende sólo de los puntos inicial y final y no del camino recorrido para llegar de uno a otro.

Las fuerzas no conservativas son aquellas en las que el trabajo realizado por las mismas es distinto de cero a lo largo de un camino cerrado. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas depende del camino tomado. A mayor recorrido, mayor trabajo realizado.

Trabajo de la fuerza peso

El peso, que es una fuerza donde la masa de un cuerpo es acelerada por la gravedad, es una fuerza conservativa, es decir, que el trabajo no depende de la trayectoria sino de sus posiciones inicial y final exclusivamente.



Tomemos como ejemplo un cuerpo que se desplaza desde el punto A hasta el punto B, por el camino indicado con las flechas azules (la flecha roja indica el peso del cuerpo). Al trabajo realizado a través de este camino lo llamaremos ${}^1W_P$. Vamos a dividir el trabajo en dos tramos, el realizado desde A hasta C, y el trabajo desde C hasta B (Notar que C es un punto que está al mismo nivel que A y en la misma vertical que B).

$${}^1W_P = W_{A-C} + W_{C-B}$$

El trabajo de la fuerza peso desde A hasta C es nulo, porque el peso es vertical y el desplazamiento es horizontal, de modo que durante el viaje desde A hasta C, la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo de 90°, anulando el trabajo (recuerden que por su definición, $W_F = F \times \Delta x \times cos\,\alpha$, y si α = 90°, el cos α = 0, y por lo tanto W_F = 0).

Si a la diferencia de alturas entre C y B la llamamos Δy, nos queda que:

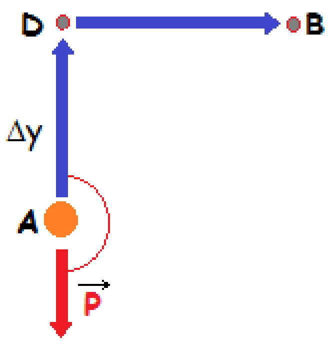
$$^{1}W_{P}=0+P\times \Delta y\times \cos(180°)$$

$$^{1}W_{P}=0+P\times \Delta y\times \cos(180°)$$

Dado que el cos (180°) es igual a -1 y que el peso "P" es igual al producto de la masa por la aceleración de la gravedad

$$^{1}W_{P}=-m\times g\times \Delta y$$

Ahora evaluemos lo mismo pero por otro camino ($^{2}W_{P}$) de trayectorias rectas, esta vez pasando por el punto D que se halla en la misma vertical que A y al mismo nivel que B:

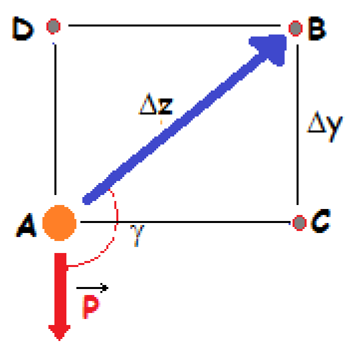


$$^{2}W_{P}=W_{A-D}+W_{D-B}$$

El razonamiento es idéntico al del camino anterior, sólo que ahora es el segundo tramo en el que el trabajo vale cero.

$$^{2}W_{P}=P\times \Delta y\times \cos(180°)+0$$

Donde Δy es la misma diferencia de alturas que en el camino anterior, ya que AD está a la misma distancia que CB.



Entonces

$$^{2}W_{P}=-m\times g\times \Delta y$$

El mismo resultado que por el camino 1. Probemos ahora por el camino más corto y directo entre A y B, o sea por la recta que los une. A este camino lo llamaremos 3, y al segmento A-B, Δz.

$$^{3}W_{P}=P\times \Delta z\times \cos(\gamma)$$

El ángulo γ es igual a la suma de α + 90°, donde α es el ángulo B-A-C. Una relación trigonométrica importante en este punto es:

$$cos(\alpha-90°)=-sin(\alpha)$$

Entonces:

$$^{3}W_{P}=-P\times \Delta z\times \sin(\alpha)$$

Dado que $\Delta z\times sin(\alpha)=\Delta y$, llegamos al mismo resultado que en los caminos anteriores.

$$^{3}W_{P}=-m\times g\times \Delta y$$

Y así podríamos probar por diferentes caminos, más o menos complicados, pero siempre obtendríamos el mismo resultado.

Trabajo de fuerzas no conservativas

El teorema principal de las fuerzas no conservativas dice que el trabajo de la resultante es igual a la variación de energía cinética:

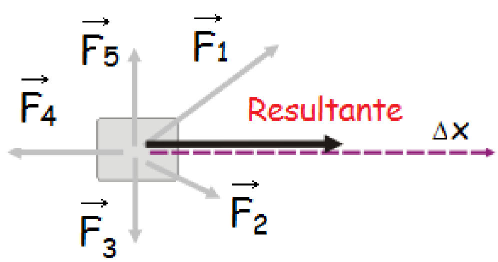
$$W_{res} = \Delta E_C$$

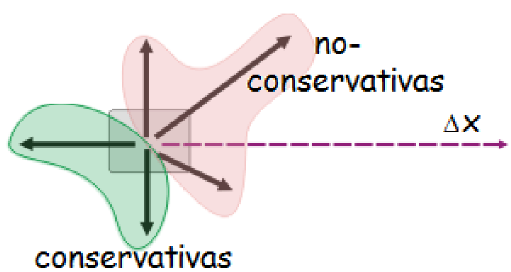
Asumamos que la fuerza resultante está integrada por varias fuerzas. Sabemos que el trabajo de la resultante será igual a la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas que integran la resultante:

$$W_{res} = \Delta E_C = W_{F1} + W_{F2} + \ldots + W_{Fn}$$

Supongamos que algunas de esas fuerzas son conservativas y otras no-conservativas. Separemos las fuerzas en estos dos grupos. Planteemos el trabajo de la resultante, como la suma del trabajo de las no-conservativas más el trabajo de las conservativas.

$$\Delta E_C = W_{no-conservativas} + W_{conservativas}$$





Como el trabajo de las fuerzas conservativas siempre resulta igual a menos la variación de una energía potencial (recordemos que en la sección anterior teníamos que $W_P = -m \times g \times \Delta y = \Delta E_P$), entonces:

$$\Delta E_C = W_{no-conservativas} - \Delta E_P$$

Fuerzas no conservativas y variación energía mecánica

Volviendo al concepto de energía mecánica, como la suma de las energías potencial y cinética, se puede calcular la variación de la misma calculando el trabajo de las fuerzas no conservativas:

$$W_{no.conservativas} = \Delta E_M$$

Recordemos que si las fuerzas fueran conservativas, no existe una variación en la energía mecánica del sistema.

Fuerzas de rozamiento como ejemplo de fuerzas no conservativas

Desde los inicios de la historia se ha buscado el "móvil perpetuo" que sería una máquina ideal que permanezca indefinidamente en su estado de movimiento sin necesidad de un aporte externo de energía. Actualmente, sabemos que la existencia de este tipo de dispositivos no es posible dado que en el mundo real existen fuerzas disipativas o no conservativas, cuyo trabajo transforma la energía mecánica en otros tipos de energías más degradadas y por tanto menos útiles, provocando que la energía mecánica del sistema vaya disminuyendo y finalmente se agote.

Las fuerzas de rozamiento son un ejemplo de fuerzas no conservativas. La fuerza de rozamiento es una fuerza de fricción que existe entre dos superficies en contacto y se opone al movimiento relativo entre dos superficies (fuerza de fricción dinámica) o a la fuerza que se opone al inicio del deslizamiento (fuerza de fricción estática).

La fuerza de rozamiento entre dos cuerpos no depende del tamaño de la superficie de contacto entre los dos cuerpos, pero sí depende de cuál sea la naturaleza de esa superficie de contacto, es decir, de que materiales la formen. La magnitud de la fuerza de rozamiento entre dos cuerpos en contacto es proporcional a la normal entre los dos cuerpos, es decir:

$$F_R = \mu \times N$$

Siendo F_R, la fuerza de rozamiento, μ, es el coeficiente de rozamiento que depende de la superficie sobre la cual se desplace un cuerpo, y N que es el valor de la normal.

El trabajo realizado por estas fuerzas (negativo por oponerse al movimiento) disminuye la energía mecánica, que se va transformando en energía térmica y en otros modos de energía no recuperables. Aunque la energía mecánica no se conserve, sí lo hace la energía total del sistema, ya que la energía ni se crea ni se destruye, sólo se transforma (*Principio de conservación de la Energía, o 1$^{\underline{er}}$ Principio de la Termodinámica, que veremos luego*).

Bibliografía

Alonso M, Rojo O. Física. Mecánica y Termodinámica. Fondo Educativo Interamericano S.A. México, 1979.

Anríquez CB. Guía de Física-Matemática para el Ingreso a Medicina. Universidad Nacional de Santiago del Estero, 2016.

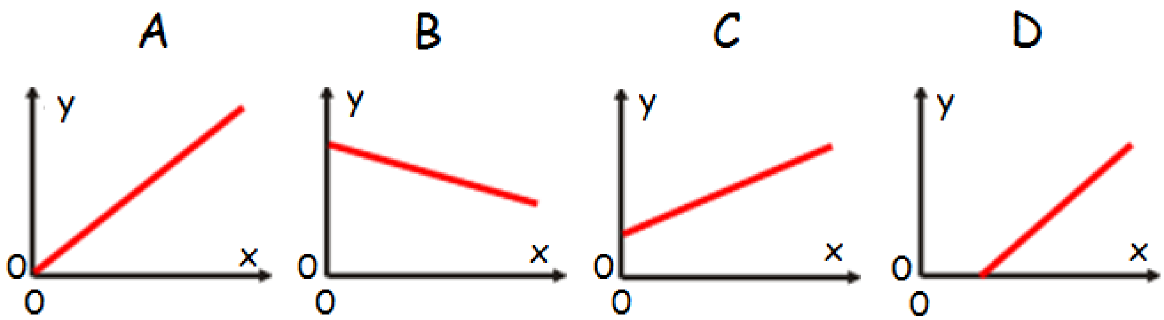
Cabrera R. No me salen. Apuntes Teóricos de Física y Biofísica del CBC, UBA. https://ricuti.com.ar/

Cromer AH. Física para las Ciencias de la Vida. Segunda edición, Ed. Reverte, 1996.

Guía de Ejercicios. Unidad 2: Mecánica Clásica

Ejercicios introductorios

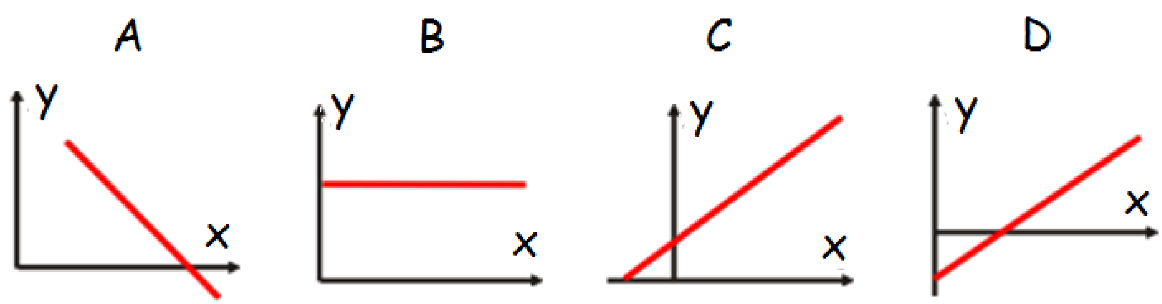
1. Dados los siguientes gráficos



Conteste si las afirmaciones son correctas. En todos los casos indique por qué:

a. La pendiente del gráfico A es mayor que la pendiente del gráfico C
b. La pendiente del gráfico C tiene un valor menor a cero
c. La ordenada al origen del gráfico C es un número mayor que la ordenada al origen del gráfico A
d. La ordenada al origen del gráfico D es un valor positivo

2. Dados los siguientes gráficos, donde los ejes x e y se intersectan en sus respectivos ceros:



Siendo y = posición de un móvil, y la variable x = el tiempo

a. Indique qué tipo de movimiento representan los gráficos
b. Escriba las ecuaciones horarias de posición se cada caso
c. Indique cuál de los móviles está quieto
d. Indique en qué casos el(los) móvil(es) avanza(n) y qué caso(s) retrocede(n)

3. Considere un automóvil que se desplaza en MRU, siguiendo la ecuación

$$Posición = 3\frac{m}{seg} \times t + 10\ m$$

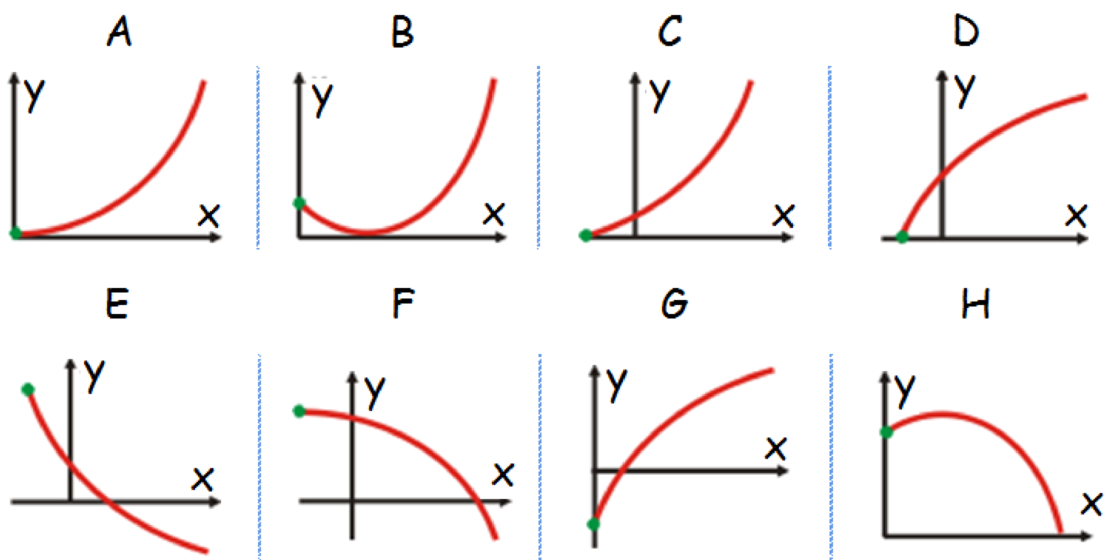
a. Grafique la posición en función del tiempo
b. Indique cuál es la velocidad a la cual se mueve el automóvil
c. Indique desde qué posición parte.
d. En qué posición se encontrará el móvil cuando t_1 = 5 s y t_2 = 7 s.
e. En qué instante el móvil pasará por los 40 m

4. Un coche recorre 160 kilómetros cada 4 horas a velocidad constante.
a. ¿Cuál es su velocidad en metros por segundos?
b. Determine cuánto se ha desplazado en 50 segundos, en 25 minutos, y en un día.
c. Grafique la posición en función del tiempo durante los primeros 15 minutos.

5. ¿A qué hora debe pasar un automovilista por la localidad A, a una velocidad constante de 80 km/h, si desea alcanzar a las 13 horas a otro automovilista que pasó por el mismo lugar a las 8 horas y que mantiene una velocidad constante de 40 km/h?

6. Germán va en su bicicleta, con velocidad constante de 14 km/h, en una calle rectilínea siguiendo a Carina, que va corriendo en el mismo sentido, a 5 km/h, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban distanciados 100 m, hallar cuánto tiempo después la alcanzará, y qué distancia avanzó cada uno. Graficar la posición-tiempo en función del tiempo de Germán y de Carina.

7. Dados los siguientes gráficos, donde los ejes x e y se intersectan en sus respectivos ceros:



a. Indique qué tipo de movimiento podrían representar los gráficos

b. Indique los puntos de intersección con los ejes
c. Indique qué gráficos tienen una concavidad positiva y cuáles una concavidad negativa
d. Indique en qué punto la velocidad del móvil es cero

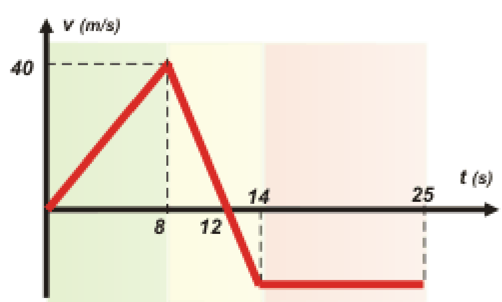
8. Dada la ecuación del MRUV:

$$Posición = 2\frac{m}{seg^2} \times t^2 + 10\,m$$

Indique en qué posición se encontrará el móvil en los instantes t_1 = 5 s, t_2 = 7 s, t_3 = - 10s, y averiguar en qué instante pasará por la posición x_4 = 32 m.

9. Este ejercicio le ayudará a comprender las ecuaciones horarias y los gráficos del movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV). Un auto se desplaza en línea recta. En t = 0, pasa por un punto ubicado a 12 m del origen del sistema de referencia elegido, alejándose con velocidad 10 m/s. En ese instante acelera, con aceleración constante 2 m/s² que mantiene durante 5 segundos. Escriba la ecuación horaria para la posición, la velocidad y la aceleración. Grafique la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo.

10. Analizar el gráfico dado, que corresponde a un movimiento rectilíneo en varias etapas. Suponiendo que en t = 0 es x = 0,



a. Trazar los gráficos de aceleración y de posición en función del tiempo, determinando los valores correspondientes a los tiempos indicados.
b. Calcular la velocidad media del móvil, entre 0 y 25 segundos.

11. Un joven ejerce una fuerza horizontal constante de 200 N sobre un objeto que avanza 4 m. El trabajo realizado por el joven es de 400 J. El ángulo que forma la fuerza con el desplazamiento es:

a) 60° b) 30 c) 45°
d) 53° e) ninguna de las anteriores

12. El forzudo Igor levanta una pesa de 200 kg por encima de su cabeza, desde el suelo hasta una altura de 2 m.

a. Hallar el trabajo que realiza la fuerza peso de la misma, en el ascenso.
b. ¿La fuerza que ejerce Igor es constante? Hallar el trabajo que realiza esta fuerza. (Sugerencia: tener en cuenta que las velocidades, inicial y final de la pesa son nulas).
c. Calcular el trabajo que realiza Igor al mantener a la pesa en esa posición durante 10 segundos.
d. Desde la posición anterior, hace descender a la pesa hasta su pecho, quedando a 1,2 m sobre el suelo. Hallar el trabajo que realiza la fuerza peso de la misma, en el descenso.
e. ¿Qué trabajo habría realizado la fuerza peso, si Igor hubiera levantado la pesa desde el piso sólo hasta su pecho? Comparar con la suma de los trabajos hallados en a y en d.

13. Una cinta transportadora hace subir cajas a velocidad constante por una pendiente inclinada 35° respecto la horizontal. Durante este proceso la energía mecánica de las cajas ¿disminuye, aumenta o permanece constante?

14. Los coeficientes de rozamiento estático y dinámico entre un cuerpo y el suelo son 0,4 y 0,3, respectivamente. La masa del cuerpo es de 60 kg e inicialmente se encuentra en reposo apoyado sobre el suelo.

a. ¿Se lo puede mover aplicando una fuerza paralela al piso de módulo igual a 300 N?
b. En caso afirmativo, ¿cuál sería la aceleración del cuerpo?

15. Un esquiador de 80 kg se deja deslizar desde la parte superior de una ladera de 60 m de alto y que forma con la horizontal un ángulo de 37º, al llegar al pie de la misma se sigue deslizando sobre la pista horizontal. Si el coeficiente de fricción entre los esquíes y la nieve es de $\mu d = 0.2$ y el esquiador no se impulsa durante el recorrido, determinar la distancia sobre la pista que recorre el esquiador hasta detenerse.

Bibliografía

Cabrera R. No me salen. Apuntes teóricos de Física y Biofísica del CBC, UBA. https://ricuti.com.ar/

Física, Problemas y Ejercicios. CBC, Universidad de Buenos Aires, 2001.

Física e Introducción a la Biofísica. CBC, Universidad de Buenos Aires, 2001.